

Prise en compte des évolutions de compétences pour les ressources humaines

EL-AWADY ATTIA¹, PHILIPPE DUQUENNE¹, JEAN-MARC LE-LANN¹

¹ Université de Toulouse/ INPT/ ENSIACET/ LGC-UMR-CNRS 5503/PSI/ Génie Industriel
4 allée Emile Monso – BP 44362, 31030 Toulouse cedex 4.
{elawady.attia, Philippe.Duquenne, JeanMarc.Lelann}@ensiacet.fr

Résumé – Les impératifs croissants de réactivité des entreprises manufacturières face à l’instabilité des marchés suscite un fort besoin de flexibilité dans leur organisation. Le personnel de l’entreprise étant de plus en plus considéré comme le noyau de la structure organisationnelle, une bonne gestion prévisionnelle des ressources humaines et de leurs compétences s’avère capitale pour les performances dans de nombreux secteurs industriels. Ces organisations se doivent d’élaborer des stratégies à court, moyen et long termes concernant la préservation et le développement des compétences. Dans cet article, nous nous penchons sur la programmation de projet multi-périodes, en considérant le problème de l’affectation des effectifs avec deux degrés de flexibilité. Le premier résultat de l’annualisation du temps de travail, et concerne les politiques de modulation d’horaires, individuels ou collectifs. Le deuxième degré de souplesse est la polyvalence des opérateurs, qui induit une vision dynamique de leurs compétences et la nécessité de prévoir les évolutions des performances individuelles en fonction des affectations successives. Nous sommes résolument dans un contexte où la durée prévue des activités n’est plus déterministe, mais résulte des performances des acteurs choisis pour les exécuter. Nous présentons ici une modélisation mathématique de ces compétences, et la résolution d’un exemple de planification basée sur les algorithmes génétiques.

Abstract – The growing need of responsiveness for manufacturing companies facing market volatility raises a strong demand for flexibility in their organization. Since the company personnel are increasingly seen as the core of the organizational structure, a strong and forward-looking management of human resources and skills is crucial to performance in many industries. These organizations must develop strategies for the short, medium and long terms, in order to preserve and develop skills. In this work, we look at the lineup of multi-period project, considering the problem of staff allocation with two degrees of flexibility. The first results from the annualization of working time, and relies on policies of changing schedules, individual as well as collective. The second degree of flexibility is the versatility of the operators, which induces a dynamic view of their skills and the need to predict changes in individual performance as a result of successive assignments. We are firmly in a context where the expected duration of activities is no longer deterministic, but results from the performance of the operators selected for execution. We present a mathematical modeling of these skills, and an example of scheduling problem, which resolution is based on genetic algorithms.

Mots clés - Ressources humaines, Affectation, Flexibilité, Évolution des compétences.

Keywords – Human resources, Allocation, Flexibility, Dynamic skills.

1 INTRODUCTION

Depuis l’adoption de l’annualisation du temps de travail en France – et de son corolaire, la modulation des horaires, la ressource humaine est devenue pour l’entreprise un gisement de flexibilité, et donc de réactivité. Ce gisement est d’autant plus important qu’en outre, certains acteurs peuvent faire preuve de polyvalence. Ceci est tout particulièrement vrai dans les secteurs qui connaissent de forts recours au travail humain ou de faibles pourcentages d’automatisation. De telles organisations se doivent d’adopter des stratégies à long terme pour cultiver les compétences de leurs effectifs, comme par exemple des programmes de formation croisée « cross-training programmes » (Davis et al., 2009). Par ailleurs, le niveau de maîtrise d’un acteur dans une compétence donnée est un paramètre évolutif : si cet acteur est systématiquement affecté sur divers travaux pour sa même compétence, cela peut être considéré comme une stratégie optimale du point de vue économique pour l’affectation des acteurs à court terme : sa compétence s’accroît par la pratique, et les missions qu’on lui

confie sont exécutées avec une efficacité croissante. En contrepartie, on constate une régression de son efficacité dans les compétences délaissées, donc de sa polyvalence, et donc de la flexibilité de l’entreprise. Des travaux récents concernant la gestion des projets (Drezet et Billaut, 2008 ; Edi, 2007 ; Li et Womer, 2009 ; Morineau et Néron, 2007 ; Valls et al., 2009) comme celle de la production (Davis et al., 2009 ; Yang et al., 2007) ont conduit leurs auteurs à recommander la polyvalence dans les entreprises. Le prix à payer pour développer cette polyvalence peut être considéré comme un investissement de la structure pour gagner en souplesse et en réactivité, (Edi, 2007, Hitt et al., 1998). Une autre motivation pour encourager la polyvalence des acteurs est le risque de voir se réduire ou de laisser perdre une partie de son cœur de métier : en allouant toujours les mêmes opérateurs aux mêmes emplois, elle devient dépendante d’un nombre restreint d’individus, et peut être contrainte à externaliser des missions relevant de son cœur de métier.

Dans cet article, nous présentons une approche de la politique d'affectation des effectifs, avec l'objectif d'obtenir un compromis entre le coût total du travail, et les gains attendus de l'augmentation de certains niveaux de compétences. Cette approche se décline sur trois axes : le premier est la flexibilité résultant de la polyvalence des individus : chaque acteur peut maîtriser une ou plusieurs compétences en marge de sa compétence de base, avec un coût et des niveaux de qualité acceptables. Le deuxième axe est la politique de modulation du temps de travail : les horaires peuvent varier d'un acteur à l'autre, ou varier d'une période (jour, semaine, ...) à l'autre pour un même acteur. Enfin, le dernier axe est la vision dynamique de l'efficacité des acteurs, qui fait référence à l'évolution de l'effort réel nécessaire (par rapport à une charge de travail standard) à un même individu pour mettre en œuvre une compétence donnée en fonction de son expérience dans cette même compétence (Wright, 1936). Conséquence des horaires de travail variables et de la diversité des efficacités, les durées des activités d'un programme (qu'il relève d'une logique « projet » ou « production ») ne sont pas connues à l'avance et dépendront de la performance des acteurs chargés de les exécuter. Nous modélisons dans ce travail chaque dimension du problème afin de présenter une approche intégrée qui aboutisse à un compromis entre le coût de réalisation du projet et l'évolution des compétences des acteurs. Nous pourrions de plus, pour chaque acteur, suivre l'évolution de son expérience. Enfin, nous présentons une méthode numérique de résolution de ce problème, et susceptible d'être utilisée comme outil de gestion prévisionnelle du personnel et des compétences. En partant du problème statique de la gestion de projet avec prise en compte des compétences multiples (MSPSP: multi-skill Project Scheduling Problem) (Edi, 2007; Li et Womer, 2009, Morineau et Néron, 2007; Valls et al., 2009), qui constitue déjà un problème difficile en recherche opérationnelle, et en l'étendant à une vision dynamique de l'expérience des acteurs, on augmente considérablement la complexité d'un modèle non linéaire; nous nous sommes ainsi orientés vers une méthode méta-heuristique (les algorithmes génétiques) pour résoudre le problème.

La suite de cet article est organisée ainsi : la section suivante présente les travaux relatifs à notre problème. La section 3 discute les dimensions du modèle, et la section 4 en présente la modélisation. La section 5 décrit l'approche de résolution proposée. Dans la section 6 nous présentons des résultats. La section 7 conclut cet article, et introduit des perspectives de nos travaux.

2 ETAT DE L'ART

Le problème de la répartition des effectifs a été classé par (Hlaoittinun, 2009) en quatre catégories en fonction de deux critères. Le premier est la *période d'affectation (PdA)* des effectifs sur les tâches, il a été scindé en deux : *mono-période (MoP)* et *multi-période (MuP)*. L'affectation mono-période concerne l'affectation des effectifs selon un calendrier figé (la journée, la semaine, ...), pour l'exercice d'un métier, et ce quelles que soient les tâches allouées pendant cette période : les contraintes d'ordonnement entre tâches n'ont alors pas d'impact sur le travail des acteurs ; par opposition, l'affectation multi-période est définie à la fois selon le problème d'allocation des effectifs et les contraintes d'ordonnement des activités, c'est-à-dire en tenant compte des relations temporelles entre les tâches. Le deuxième critère concerne la *modélisation des compétences (MdC)*; qui peut être classée en deux états : la modélisation *statique (Sta)* pour

laquelle les compétences des acteurs restent inchangées au cours du temps ; en revanche, la modélisation *dynamique (Dyn.)* intègre l'*accroissement* des compétences (*Cro*) grâce à l'apprentissage, ou leur *dépréciation (Dpr)* au fil du temps à cause du désapprentissage. Nous ajouterons deux autres critères à cette classification : le premier concerne les *stratégies de temps de travail (SdT)* des acteurs dans l'entreprise, qui peuvent être vues comme *classiques (Cls)* ou *flexibles (Flx)*. La stratégie classique fait référence à des calendriers de travail figés pour chaque jour ou chaque semaine (avec éventuellement prise en compte d'heures supplémentaires si nécessaire). La stratégie flexible alloue à chaque acteur un travail annuel fixe ; la politique de l'entreprise (et la législation) fixent ensuite les conditions de la répartition de ce montant annuel sur des périodes plus brèves (jour, semaine, ...), et définissent ce qui relève du travail « standard », des dépassements admissibles, des heures supplémentaires, ainsi que les limites à ne pas dépasser. Le deuxième critère que nous ajoutons est la *dépendance de la durée la charge de travail (DDCT)* sur les niveaux de compétences des acteurs, qui ont été affectés. Nous présentons les sujets de travaux précédents dans le tableau 1 ci-dessous selon les quatre critères mentionnés plus haut.

Tableau 1. Classification des travaux connexes.

	PdA		MdC			SdT		DDCT	
	MoP	MuP	Sta.	Dyn.		Cls	Flx	Ind	Dpn
				Cro	Dpr				
Azmat et al., 2004	x		--	--	--		x	--	--
Drezet et Billaut, 2008		x ^T	x				x ^D	x	
Edi, 2007		x ^G	x				x		x
Eitzen et al., 2004	x		x			x [*]		--	--
Gutjahr et al., 2008		x ^T		x	x	x ^{**}			x
Hertz et al., 2010	x		--	--	--		x ^{SH}	--	--
Hlaoittinun, 2009	x	x ^{T-péri}		x	x	x ^{**}			x
Li et Womer, 2009		x ^G	x			x ^{**}		x	--
Morineau et Néron, 2007		x ^T	x			x [*]		x	
Sayin et Karabati, 2007	x			x	x	--	--	--	--
Valls et al., 2009		x ^G	x			--	--		x
Vidal et al., 1999		x ^T	--	--	--	x [*]			x ^C
Wu et Sun, 2006	x			x		x ^{**}			x

x^{*} : Ressources unaires: Disponibilité ou non au cours de la période de planification.

x^{**} : Capacité maximale de travail pour chaque période de planification, sans heures supplémentaires.

x^C : Concerne la durée du cycle de travail d'un poste.

x^D : La flexibilité de travailler dans une plage [minimum, maximum] d'heures de travail par jour, sans heures supplémentaires.

x^G : multi-période avec les relations temporelles généralisées.

x^{SH} : Flexibilité du temps de travail sans heures supplémentaires.

x^T : multi-période avec la relation traditionnelle fin-début.

x^{T-péri} : avec la considération que « le découpage du projet et la planification de ces tâches sur l'ensemble de périodes sont des données d'entrée du problème ».

Selon le tableau 1, et donc en l'état de nos connaissances, le présent travail est une première contribution pour modéliser et résoudre un problème de programmation d'activités industrielles prenant en compte simultanément les quatre critères : la polyvalence des effectifs, la flexibilité du temps de travail, les évolutions des compétences et la variabilité de la durée des tâches.

3 LES DIFFERENTES DIMENSIONS DU MODELE

3.1 L'effectif polyvalent

Dans ce modèle, chaque acteur maîtrise une compétence de base, et peut en outre exercer un ensemble de compétences

additionnelles, avec pour chacune une quantification de ses performances, qui va exprimer son temps de réalisation d'une charge de travail relevant de cette compétence par rapport à un temps d'exécution standard. Nous traduisons donc la performance d'un acteur a dans l'exercice d'une compétence k par une variable appelée efficacité ($\theta_{a,k}$) (Duquenne et al., 2005). Si l'acteur est considéré comme expert dans cette compétence, il exécutera toute mission relevant de cette compétence dans une durée correspondant à l'estimation « standard », et nous considérerons que son efficacité a une valeur nominale ($\theta_{a,k}=1$). Mais, si le travail total ($\omega_{a,i,k}$) de l'acteur a sur une tâche i pour une compétence k est supérieur à la charge de travail standard ($w_{i,k}$) qui caractérise cette tâche, alors cette efficacité sera calculée comme le rapport ($\theta_{a,k} = w_{i,k} / \omega_{a,i,k}$), rapport compris dans l'intervalle $[0, 1]$. L'écart de temps entre ces deux valeurs, qu'on peut désigner par $\Delta_{a,i,k} = \omega_{a,i,k} - w_{i,k}$, représente le surcoût relatif au recours à la polyvalence. Cette souplesse permet à l'entreprise de réagir rapidement à des événements imprévus : indisponibilité de la ressource pleinement compétente, surcharge ponctuelle des ressources expertes ... En d'autres termes, elle donne, dans certaines limites bien entendu, la possibilité de couvrir des fluctuations inattendues de la charge de travail ou des effectifs disponibles.

3.2 La flexibilité du temps de travail

Selon la modulation d'horaires adoptée par l'entreprise (rappelons qu'il s'agit de l'interprétation sur des horizons à court terme d'une annualisation du temps de travail), chaque individu peut avoir son propre calendrier, qui peut varier sur des bases quotidiennes ou hebdomadaires. Cette variation doit obéir à certaines limites imposées, comme les nombres minimum / maximum d'heures de travail par jour, un maximum par semaine, et maximum moyen calculé sur une période de référence (nous considérerons un horizon glissant de 12 semaines consécutives, conformément à la loi française). Cette souplesse permet à l'entreprise de disposer, à effectif constant, d'une capacité de travail variable.

3.3 La variation dynamique d'expérience des effectifs

3.3.1 Phénomène d'apprentissage

La durée requise pour accomplir une tâche se réduit d'un certain pourcentage à chaque fois que cette tâche est reproduite : ce phénomène connaît de nombreuses appellations dans la littérature (décroissance des temps opératoires, courbes d'apprentissage, courbes d'expérience, ou apprentissage par la pratique). Il a initialement été décrit par (Wright, 1936) dans la fabrication des avions et intégré dans les processus d'achat. Concernant la modélisation, la représentation la plus courante des courbes d'expérience est de forme de fonction puissance ; elle peut être basée soit sur une quantité produite, comme le modèle de (Wright, 1936), ou plus récemment sur ceux de (Wu et Sun, 2006). En nous basant sur une représentation « puissance », nous présentons un modèle qui analyse le surcoût, exprimé en temps de travail ($\Delta_{a,i,k}$), résultant de l'affectation sur une mission d'un acteur dont l'efficacité initiale n'est pas optimale. L'équation (1) décrit l'évolution relative de ce surcoût en fonction du nombre de répétitions (n) du travail : $\Delta_{a,i,k}(n) = \Delta_{a,i,k}(1) \times (n)^b$ (1)

Dans cette équation, le surcoût $\Delta_{a,i,k}(n)$: représente l'écart de temps $\omega_{a,i,k}(n) - w_{i,k}$ pour un acteur d'efficacité $\theta_{a,k}(n)$ affecté sur la compétence k d'une tâche i définie par une charge de travail standard $w_{i,k}$ pour cette même compétence. $\Delta_{a,i,k}(1)$ sera le surcoût maximum possible, constaté la première fois que cet acteur a est requis pour cette mission – qu'il accomplit avec

son efficacité initiale, c'est-à-dire minimale. Par conséquent, ($\Delta_{a,i,k}(1) = w_{i,k} / \theta_{a,k}(ini) - w_{i,k}$). Dans l'équation (1), le paramètre b peut s'exprimer sous la forme :

$$b = \log(r_{a,k}) / \log(2),$$

dans laquelle ($r_{a,k}$) représente la vitesse d'apprentissage de la compétence k par l'acteur a . Cette vitesse peut varier d'un individu à l'autre, et d'une compétence à l'autre. En conséquence, l'évolution du temps de travail de l'acteur peut évoluer en fonction du nombre de répétitions (n) d'un travail requérant la même compétence, comme l'exprime l'équation (2) suivante :

$$\omega_{a,i,k}(n) = w_{i,k} + (w_{i,k} / \theta_{a,k}(ini) - w_{i,k}) \times (n)^b \quad (2)$$

Cette formule est comparable au modèle de (DeJong, 1957), qui, contrairement à Wright, fait intervenir un temps d'exécution incompressible ($w_{i,k}$ dans notre cas), correspondant à l'exécution optimale du travail, lorsqu'il est réalisé par un acteur dont l'efficacité est idéale ($\theta_{a,k} = 1$). Nous pouvons alors déduire l'évolution de cette efficacité d'un acteur en fonction du nombre de répétitions du travail (n) (équation 3) :

$$\theta_{a,k}(n) = 1 / [1 + (1 / \theta_{a,k}(ini) - 1) \times (n)^b] \quad (3)$$

Trois facteurs sont donc essentiels pour une bonne estimation du travail réel d'un acteur pour la réalisation d'une charge donnée. Les deux premiers sont liés à l'acteur : sa vitesse d'apprentissage dans la compétence requise ($r_{a,k}$), et son efficacité initiale dans cette même compétence $\theta_{a,k}(ini)$. Nous supposons ici que ces deux facteurs, déduits de l'historique des activités passées, font partie du jeu de données de la simulation. Le troisième paramètre est lié à la modélisation de la répétition du travail (n). Ici, « répétition » ne fait pas référence à l'exécution répétée d'une même tâche, mais à la pratique ininterrompue d'une même compétence sur des tâches qui peuvent être différentes. La prise en compte de l'expérience dans l'évolution de l'efficacité se fait en tenant compte de journées standard de travail (7 heures) réalisées sur les précédentes affectations. Cela dit, l'application à une tâche répétitive (de type « production ») est bien entendu envisageable. Dans tous les cas de figure, l'efficacité est supposée constante pour toute la mission, et égale à l'efficacité calculée (ou saisie) à la date de début.

3.3.2 Dépréciation d'expérience

Comme indiqué plus haut, l'efficacité des acteurs s'accroît au fil du temps de travail sur la même compétence, par l'effet d'apprentissage. D'un autre côté, cette efficacité se dégrade dès lors que les acteurs sont amenés à travailler sur d'autres compétences, comme le montre la figure 1 ci-dessous. Nous en venons maintenant à un modèle d'amortissement de compétence, causé par un phénomène d'oubli, de perte de réflexes et de gestes. Parmi plusieurs approches de modélisation de ce phénomène, la littérature fournit en particulier des résultats où la durée d'interruption a une influence sur l'effet d'oubli (Globerson et al., 1989; Jaber et Bonney, 1996). Pour nous, l'interruption est prise en compte dès qu'un acteur est appelé à travailler sur une autre compétence. Nous avons adopté le modèle présenté par (Jaber et Bonney, 1996) et (Hlaoittinun, 2009) inspiré de la courbe « puissance » de (Wright, 1936), plutôt que le « modèle hyperbolique à deux variables » de (Mazur et Hastie, 1978). Selon le modèle de puissance, nous pouvons modéliser la dépréciation d'efficacité des acteurs en fonction du nombre de périodes d'interruption (λ) (équation 4) :

$$\Delta \omega_{a,i,k}(n_{eq} + \lambda) = \Delta \omega_{a,i,k}(1) \times (n_{eq} + \lambda)^f \quad (4)$$

De la même façon que (Jaber et Bonney, 1996), nous pouvons présenter notre modèle de l'efficacité des acteurs en fonction des périodes d'interruption (λ) et du nombre équivalent de répétitions de travail avant cette période (n_{eq}) (équation 5).

$$\theta_{f,a,k} = 1/[1+(1/\theta_{a,k}(ini) - 1) \times (n_{eq})^{b-f} \times (n_{eq} + \lambda)^f] \quad (5)$$

où θ_f est le niveau d'efficacité d'acteur après une période d'interruption (λ), f est la pente de la courbe de perte d'apprentissage. Les paramètres de la courbe (n_{eq} , et f) seront déterminés en fonction des individus au cours des périodes simulées et pour des compétences spécifiées (équation 6).

$$f = -b \times (b+1) \times \log(n_{eq}) / \log(\xi+1) \quad (6)$$

ξ : est le rapport entre deux périodes ($\xi = T_b / T_a$): une période d'apprentissage T_a qui correspond à la durée ininterrompue d'exercice d'une compétence donnée, pendant laquelle l'efficacité croît, et T_b est la durée nécessaire pour que, si la compétence en question n'est plus du tout pratiquée, l'efficacité décroisse jusqu'à revenir à sa valeur initiale.

Les paramètres qui interviennent dans les équations 1 à 6 sont bien entendu délicats à apprécier finement en milieu industriel.

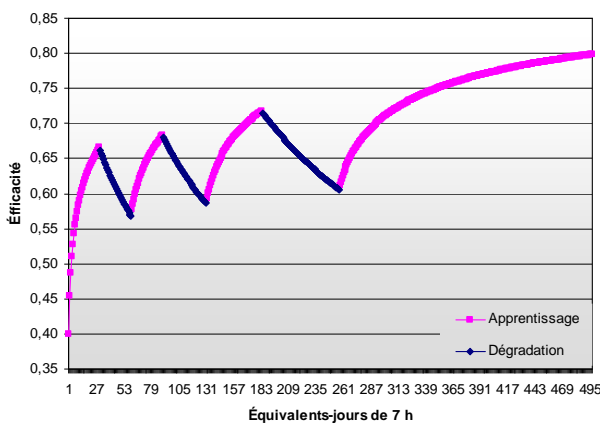


Figure 1. L'effet de l'apprentissage et de l'oubli sur l'efficacité des acteurs

Des travaux comme (Dar-El et al., 1995; NASA, 2007) fournissent quelques valeurs indicatives pour certains secteurs d'activité – valeurs que l'on peut considérer comme des moyennes. Une détermination plus précise, et surtout individualisée restera à mettre en œuvre ...

4 LA REPRESENTATION DU PROBLEME

Le problème d'affectation flexible des ressources peut être présenté comme suit : chaque projet est décomposé en un organigramme des tâches, qui décrit les différents lots de travaux, chacun pouvant être décomposé en nombre correspondant de I tâches uniques et originales. Nous considérons seulement un lot de travail (sous-projet) à la fois. Nous supposons que la structure de l'organigramme des tâches est bien définie et accessible. De plus, les compétences requises pour exécuter une tâche sont bien définies par l'analyse du travail. Ainsi, la charge de travail $w_{i,k}$ nécessaire pour chaque compétence est connue. Une tâche $i \in I$ est donc caractérisée de manière qualitative et quantitative. La description qualitative désigne l'ensemble de toute compétence (nk_i) nécessaire à l'exécution de cette tâche. Il peut y en avoir plusieurs, prises à partir d'un groupe K de l'ensemble des compétences représentées dans l'entreprise, et nécessaires pour exécuter le projet en cours. La description quantitative est la mesure de la charge de travail (que nous avons parfois appelée mission) correspondant à chaque compétence $k \in nk_i$. Pour

cette raison, on peut trouver plusieurs tâches qui requièrent la même compétence, mais avec différentes charges de travail. La charge $w_{i,k}$ désigne donc la quantité de travail de la compétence k pour une tâche i , qui peut requérir en parallèle d'autres compétences k', k'', \dots

D'un autre côté, nos ressources sont l'ensemble des ressources humaines A de l'entreprise. Dans ce modèle, nous supposons cet ensemble constant : la main-d'œuvre sous-traitante n'est pas prise en compte. Chaque individu (un acteur a) peut être caractérisé par sa capacité à effectuer une ou plusieurs compétence(s) « nka » de l'ensemble K , avec une performance déterminée en fonction du temps pour chacune $\theta_{a,k}(n)$. Par ailleurs, l'efficacité est bien propre à chaque acteur a et est mesurée pour chacune des compétences k qu'il pratique : on peut donc tout naturellement constater pour ce même acteur a et pour deux compétences k et k' que $\theta_{a,k} \neq \theta_{a,k'}$. Dans notre modèle, $\theta_{a,k}(n) \in [\theta_{min,k}, 1]$, où $\theta_{min,k}$ représente la limite inférieure en-dessous de laquelle l'affectation n'est pas considérée comme acceptable, pour des raisons économiques ou liées à la qualité.

On l'a vu, l'efficacité de l'opérateur détermine son temps effectif de travail pour réaliser une charge définie de manière standard : la durée d'exécution réelle ($d_{i,k}$) du travail de la compétence k pour la tâche i n'est donc pas prédéterminée, mais résulte des affectations antérieures des acteurs choisis. Nous pouvons constater qu'il existe une relation entre les décisions d'affectation de la main-d'œuvre (les variables $\sigma_{a,i,k,j}$), et la variable correspondant à la durée de chaque charge de travail (les variables $d_{i,k}$). Cette relation n'est pas linéaire car certaines missions peuvent exiger plus d'un acteur pour leur achèvement. Chaque acteur a sa propre efficacité, variable au cours d'une simulation.

En plus de la polyvalence des acteurs, nous considérons que l'entreprise est gérée selon une stratégie de temps de travail flexible. Les horaires des employés peuvent varier en fonction de la charge de travail à exécuter, dans des bases quotidiens ou hebdomadaires. Nous visons simultanément trois objectifs différents. D'abord, assurer un équilibre entre les charges de travail nécessaires et les disponibilités des acteurs ; ensuite le respect des contraintes réglementaires et temporelles cadrant la programmation de l'activité (ordonnancement, durées, ...); et enfin, trouver un compromis entre le coût d'exécution, et l'évolution de compétences. Cette manière de faire peut conduire à un problème d'optimisation énorme. Le modèle mathématique est le suivant :

Ce problème consiste à minimiser le coût lié à un ensemble de décisions d'affectation, sous réserve de respecter les contraintes d'ordonnancement et réglementaires. La fonction objectif à minimiser est la somme de quatre termes de coûts (f_1, \dots, f_4) comme indiqué dans l'équation (7), en plus d'une maximisation d'une fonction de profit (f_5).

$$\text{Minimiser: } f = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 - f_5 \quad (7)$$

Le premier terme (f_1) représente le coût réel du travail exécuté dans les heures normales, avec un coût horaire standard " U_a ".

$$f_1 = \sum_{a=1}^A \left[U_a \times \sum_{s=S_{SW}}^{S_{FW}} \omega_{a,s} \right] \quad (7-a)$$

Le second terme (f_2) représente un coût virtuel associé à la perte de flexibilité des acteurs à la fin de l'horizon de simulation.

$$f_2 = \sum_{a=1}^A UF_a \times \left(\sum_{s=S_{SW}}^{S_{FW}} \omega_{a,s} / (S \times Cs0) - 1 \right) \quad (7-b)$$

Dans ce terme, le coût peut être exprimé en fonction du taux d'occupation moyen de l'acteur par rapport à la durée standard

de travail par semaine "C_{s0}", pour distinguer et favoriser les solutions impliquant le minimum d'effort pour une charge donnée. Cela est destiné à préserver la flexibilité future de l'entreprise.

Le troisième terme de l'équation est le coût des heures supplémentaires (f₃), qui s'ajoute au coût des heures normales (f₁) ; il est déterminé en appliquant un facteur multiplicatif "u" au coût horaire standard.

$$f_3 = \sum_{a=1}^A \left[U_a \times u \times \sum_{s=S_{SW}}^{S_{FW}} HS_{a,s} \right] \quad (7-c)$$

Enfin, le terme (f₄) représente une pénalité associée à un achèvement d'un lot de travail en dehors de sa plage de tolérance (Vidal et al., 1999). Ce coût peut résulter de frais de stockage si les produits sont achevés trop tôt par rapport à la livraison, ou de pénalités de retard ; il peut être calculé à partir l'écart entre la durée réelle «LV» du lot et sa durée contractuelle «L», comparé à une fenêtre de tolérance [L - β, L + β], où β est la marge de tolérance.

$$f_4 = \begin{cases} [f_1 + f_3] \times ((1 + \tau_j)^{(L-LV-\beta)} - 1) & \text{Si, } LV < L - \beta \\ UL \times (LV - (L + \beta)) & LV > L + \beta \\ 0 & L - \beta \leq LV \leq L + \beta \end{cases} \quad (7-d)$$

Le dernier terme (f₅) de la fonction objectif est lié à l'évolution globale moyenne des compétences des acteurs dans l'entreprise : le modèle favorisera les solutions menant à une amélioration globale des compétences dans l'entreprise pendant la période de simulation. L'équation (7-e) exprime la différence d'efficacité d'un acteur entre le début et la fin du projet. Une constante (U_k) reflète l'importance de ce facteur et nous permet de traduire cette différence en termes de bénéfice pour l'entreprise :

$$f_5 = \sum_{k=1}^K \frac{U_k}{NA_k} \times \left[\frac{\sum_{a=1}^A [\theta_{a,k}(n \rightarrow \text{Date de fin}) - \theta_{a,k}(n \rightarrow \text{Date de début})]}{\sum_{a=1}^A \theta_{a,k}(n \rightarrow j = \text{Date de début})} \right] \quad (7-e)$$

Parmi ces 5 composantes «f₁, ..., f₅» du coût d'une solution, f₁ et f₃ sont clairement définies comme des coûts de main d'œuvre (heures standard et supplémentaires) ; en revanche, f₂, f₄ et f₅ sont fictifs, et correspondent respectivement à l'importance qu'associe l'entreprise aux faits de préserver la flexibilité, d'achever le travail en un temps raisonnable (ni trop bref, ni trop long), et de cultiver la diversité des compétences : ces derniers coûts seront donc à apprécier au cas par cas.

Les contraintes du problème :

- *Contraintes d'affectation des acteurs :*

L'ensemble des contraintes (8) assure que tout acteur "a" sera affecté, pour une seule compétence k, et de plus sur une seule tâche i lors du jour j :

$$\sum_{k \in n_k} \sigma_{a,i,k,j} \leq 1, \quad \forall a \in A, \forall i \in I, \forall j \quad (8)$$

Les variables d'affectation sont les suivantes:

$$\sigma_{a,i,k,j} = \begin{cases} 1 & \text{si l'acteur } a \text{ est affecté à la mission de compétence } k \\ & \text{liée à la tâche } i \text{ pendant le jour } j. \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$$

- *Contraintes de disponibilité des ressources:*

Dans la contrainte (9), on doit s'assurer que, pour l'ensemble de toutes les tâches sous traitement "ρ_j" à la date "j", l'effectif requis pour effectuer les travaux correspondant à compétence "k", est toujours inférieur ou égal à la capacité globale des personnels qui maîtrisent cette compétence (A_k).

$$\sum_{i \in \rho_j} ER_{i,k,j} \leq A_k, \quad \forall j, \forall k \in K \quad (9)$$

- *Les relations temporelles entre les tâches :*

Les contraintes (10) à (13) indiquent les relations d'ordonnancement entre les tâches :

$$dd_i + SS_{i,c}^{\min} \leq dd_c \leq dd_i + SS_{i,c}^{\max}, \quad \forall (i,c) \in E_{SS} \quad (10)$$

$$dd_i + SF_{i,c}^{\min} \leq df_c \leq dd_i + SF_{i,c}^{\max}, \quad \forall (i,c) \in E_{SF} \quad (11)$$

$$df_i + FS_{i,c}^{\min} \leq dd_c \leq df_i + FS_{i,c}^{\max}, \quad \forall (i,c) \in E_{FS} \quad (12)$$

$$df_i + FF_{i,c}^{\min} \leq df_c \leq df_i + FF_{i,c}^{\max}, \quad \forall (i,c) \in E_{FF} \quad (13)$$

Ces contraintes peuvent poser des relations de dépendance de divers types, avec des décalages « avance » ou « retard », ou tout simplement les relations de précédence traditionnelles « début - fin ». Le montant des décalages dans le temps peut être représenté soit comme des périodes de temps ou un pourcentage du contenu du travail. Selon (Valls et al., 2009), le pourcentage de contenu de travail permet de modéliser la situation concrète, lorsque la durée de la tâche n'est pas connue en avance, et dépend des ressources qui sont choisies pour exécuter la tâche. Nous supposons que les relations temporelles entre les tâches sont valides, et qu'il n'y a pas de cycles de longueur strictement positive entre les tâches,

- *les contraintes de qualitative satisfaction de compétences :*

Les contraintes de satisfaction de compétences (14) traduisent qu'aucun acteur ne peut être affecté sans avoir un niveau minimum de qualification.

$$\theta_{\min,k} \leq \theta_{a,k}(n) \times \sigma_{a,i,k,j} \leq 1, \quad \forall a \in A, \forall k \in K, \forall j \quad (14)$$

Nous supposons que l'efficacité minimale exigée pour chaque compétence θ_{min,k} est bien définie, selon les spécifications et les caractéristiques de chaque compétence.

- *les contraintes quantitatives de satisfaction des charges :*

La contrainte de satisfaction de chaque charge de travail (15) garantit que les équivalentes d'heures de travail total d'acteurs sont suffisantes pour équilibrer la charge de travail requise pour telle ou telle compétence.

$$\sum_{a \in ER_{i,k}} \left(\sum_{j=dd_i}^{df_i-1} \omega_{a,i,k,j} \times \sigma_{a,i,k,j} \times \theta_{a,k}(n) \right) = w_{i,k}, \quad \forall i, \forall k \quad (15)$$

- *Contraintes sur la durée des tâches :*

La famille de contraintes (16) exprime que chaque durée de mission d_{i,k} doit être dans les limites temporelle de sa tâche d_{i,k} ∈ [D_i^{min}, D_i^{max}] :

$$D_i^{\min} \leq d_{i,k} \leq D_i^{\max}, \quad \forall i, \forall k \quad (16)$$

Nous calculons la durée nécessaire à l'achèvement de tâche comme d_i = max(d_{i,k})_{k=1, ..., to, K}.

- *Les contraintes réglementaires de temps de travail:*

- *Pour une période de un jour :*

Le temps de travail maximum de tout acteur (contrainte 17), est chaque jour inférieur ou égal à un maximum (DMaxJ).

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \sigma_{a,i,k,j} \times \omega_{a,i,k,j} \leq DMaxJ, \quad \forall a, \forall j \quad (17)$$

Avec : $\omega_{a,i,k,j} = \frac{w_{i,k}}{d_{i,k} \times EE_{i,k,j}}, \quad \forall a \in ER_{i,k}, \text{ et,}$

$$EE_{i,k,j} = \sum_{a \in ER_{i,k,j}} \theta_{a,k}(n), \quad \forall \theta_{a,k}(n) \geq \theta_{\min,k}, \text{ et } \sigma_{a,i,k,j} \neq 0$$

En tenant compte de cela, les termes ER_{i,k,j}, peuvent être définis l'effectif réel qui sont alloués pour réaliser la mission

$w_{i,k}$, pendant la période j , qui représentent l'effectif réel requis pour réaliser la charge de travail $w_{i,k}$, dans la période de temps de « $d_{i,k}$ », par une valeur équivalente de personnel $EE_{i,k,j}$.

- Pour une période d'une semaine

Les contraintes (18) et (19) expriment les heures de travail des acteurs par semaine " $\omega_{a,s}$ " qui doivent toujours être inférieures ou égales au maximum de travail hebdomadaire " $DMaxS$ ".

$$\omega_{a,s} = \sum_{j=NJS \times (s-1)+1}^{NJS \times s} \left(\sum_{i=1}^J \sum_{k=1}^K \sigma_{a,i,k,j} \times \omega_{a,i,k,j} \right), \quad \forall a, \forall s \quad (18)$$

$$\omega_{a,s} \leq DMaxS, \quad \forall a \in A, \forall s \in S \quad (19)$$

- Pour une période de douze semaines consécutives :

La moyenne de travail hebdomadaire, calculée sur un horizon flottant de 12 semaines consécutives, fait également l'objet de contraintes réglementaires " $DMax12S$ ", exprimées par les équations (20).

Nous avons bien sûr supposé que les données relatives aux temps de travail des acteurs effectués sur des activités antérieures à notre fenêtre de simulation ont été correctement enregistrées et sont disponibles à tout moment (ce qui devrait être inclus dans le fichier de données concernant l'entreprise ...).

$$\frac{1}{12} \times \left(\sum_{p=s-11}^s \omega_{a,p} \right)_{\text{pour } p \geq 1} \leq DMax12S, \quad \forall a \in A, \text{ Et } \forall \text{ période de référence} \quad (20)$$

- Pour une période de un an :

L'ensemble des contraintes (21) garantit pour chaque acteur, le nombre total de ses heures de travail pour l'activité en cours est toujours inférieur à ses heures résiduelles annuelles :

$$\sum_{s=S_{SW}}^{S_{FW}} \omega_{a,s} \leq DSA - \omega_a, \quad \forall a \in A \quad (21)$$

Ici, ω_a représente les heures de travail de l'acteur sur d'autres activités antérieures pendant l'année en cours, et " DSA " est le nombre maximum d'heures de travail annuelles de chaque acteur.

- Contraintes sur les heures supplémentaires :

Enfin l'ensemble (22) et (23) nous permettra de moduler les contraintes des heures supplémentaires, et selon l'équation (22), les heures supplémentaires " HS " peuvent être calculée.

$$HS_{a,s} = \begin{cases} \omega_{a,s} - DMaxMod & \text{Si } \omega_{a,s} \geq DMaxMod \\ 0 & \text{si non} \end{cases} \quad (22)$$

En conséquence, chaque acteur a toujours $HS_{a,s} \in [0, DMaxS - DMaxMod]$ pour chaque semaine de travail " s ", où $DMaxMod$ représente la durée maximale hebdomadaire de travail sans heures supplémentaires, selon la modulation interne adoptée par l'entreprise. L'équation (23) représente les limites d'utilisation des heures supplémentaires pour chaque acteur :

$$\sum_{s=S_{SW}}^{S_{FW}} HS_{a,s} \leq HSA - HSR_a, \quad \forall a \in A, \quad (23)$$

Sur cette base, les heures supplémentaires de chaque acteur sont toujours inférieures ou égales à un nombre maximum légal annuel " HAS ". Ici nous avons supposé que le montant réel des heures supplémentaires acteur " HAR_a " déjà effectuées sur des activités antérieures est disponible.

5 RESOLUTION DU PROBLEME

Comme présenté précédemment, la modélisation du problème aboutit à un modèle non linéaire, en raison de la mise en œuvre

de la vision dynamique des compétences des acteurs, en plus de la durée élastique des tâches. Par conséquent, nous ne pouvons pas le résoudre (du moins pas en un temps de calcul acceptable) avec des méthodes de programmation mathématique. Nous nous sommes orientés vers la recherche de solutions approchées qui peuvent être obtenues avec des méthodes heuristiques. Les algorithmes génétiques sont l'une des plus utilisées parmi ces méthodes, et ont prouvé leur efficacité en apportant des solutions plus que satisfaisantes dans des délais acceptables pour de nombreuses applications (Gen et Cheng, 2000). Dans cet article, nous avons utilisé des décisions basées sur les algorithmes génétiques (AG) pour résoudre le problème courant. La mise en œuvre des AG exige la définition des procédures et des paramètres associés (Goldberg, 1989). D'abord un encodage des variables du problème qui fournira un génotype, dans lequel chaque variable ou décision peut être découverte et exprimée par un gène donné. Ensuite, produire une population initiale, et enfin appliquer les opérateurs comme la sélection, croisement ou mutation. L'AG proposé utilise le codage de priorités : en cours de processus, il répond successivement à trois questions : quelle tâche sera traitée, parmi un ensemble des tâches faisables? Quel acteur lui sera affecté? Et quelle sera la capacité de travail quotidien qui permettra à l'opérateur de terminer la mission? Un ensemble complet de ces gènes, qui représente l'ensemble exhaustif des variables de décision pour résoudre le problème, est appelé individu ou chromosome. On peut construire un groupe d'individus afin de former une «population». Ces individus sont ensuite appréciés par référence à la fonction objectif, afin de calculer pour chaque chromosome sa force ou son adaptation. Le plus fort individu dans une population représente donc la meilleure solution au problème parmi celles qui ont été explorées. Afin de calculer la fonction objectif, nous avons besoin de construire l'ordonnancement du projet et l'affectation des acteurs. Par conséquent, nous développons des procédures pour l'allocation des acteurs basées sur les différentes priorités exprimées par les chromosomes. La figure 2 représente une procédure de mise en œuvre de l'algorithme génétique proposé.

L'Algorithme Génétique:

```
{
Générer la population initiale " $g=I$ " avec la taille  $IP$ 
Évaluer la population  $g=I$ 
SI les critères d'arrêt ne sont pas satisfaits, répéter
{
Sélectionner certains individus de  $g$  pour copier dans  $g+I$ 
Croisement de certains individus de  $g$  et les mettre dans  $g+I$ 
Régénérer des certains nouveaux individus et leur mettre dans  $g+I$ 
Mutation de certains individus choisis parmi  $g+I$ 
Affectation des acteurs base sur des décisions des chromosomes
Évaluer la population  $g+I$ 
 $g = g+I$ 
}
```

Figure 2. L'Algorithme Génétique

6 EXEMPLE D'APPLICATION

Nous avons appliqué le modèle mathématique présenté et l'approche de résolution par algorithmes génétiques sur un exemple simple de 10 tâches, 10 acteurs, et 4 compétences, comme le montre le tableau (2); cet exemple est tiré du

manuscrit d'Edi (2007).

Pour décrire ce problème, nous avons besoin de trois ensembles de données. Le premier, lié aux acteurs, rassemble les différents paramètres d'apprentissage et de perte de compétence. Nous supposons ici que tous les acteurs ont une efficacité initiale $\theta_{a,k}(ini)$ de 0,4.

Tableau 2. Données de l'exemple

Tâche	Duré (jours)			$w_{i,k}$ (heures)				Succesurs
	D_i	D_i^{min}	D_i^{max}	$K=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	
1	4	2	6	0	60	0	50	2, 3, 4
2	5	3	7	45	68	0	0	3, 5, 7
3	4	3	7	0	63	45	35	5, 6
4	7	5	10	53	0	60	0	6, 9
5	4	2	6	0	65	0	60	7, 8
6	3	1	5	60	0	35	0	8, 9
7	5	3	7	35	56	0	40	10
8	5	3	8	0	0	47	50	10
9	4	2	5	0	45	26	0	10
10	3	2	4	35	30	35	30	---

Nous supposons également qu'à la date de démarrage du projet, leurs efficacités dans les différentes compétences sont celles présentées par tableau (3) :

Tableau 3. Niveaux d'efficacité des acteurs

Acteur	$\theta_{a,k(n \leftrightarrow \text{date de début du projet})}$			
	$k=1$	$K=2$	$k=3$	$k=4$
1	0,8	1,0	0,0	0,5
2	1,0	0,0	0,8	0,0
3	0,0	0,6	0,0	1,0
4	0,7	0,0	1,0	0,6
5	0,0	1,0	0,7	0,0
6	0,9	0,0	0,0	1,0
7	1,0	0,8	0,0	0,6
8	0,0	0,7	1,0	0,0
9	1,0	0,8	0,0	0,5
10	0,0	0,9	1,0	0,0

En outre, nous supposons que les vitesses d'apprentissage sont les mêmes pour tous les acteurs, et égales à 0,8, correspondant au paramètre ($r_{a,k}$) dans l'équation (3). La pente de la courbe de « désapprentissage » (f) peut être estimée à partir de l'équation (6) en fonction de la pente de courbe d'apprentissage (b), du rapport (ξ), et du nombre équivalent de répétitions (n_{eq}) avant l'interruption. Le deuxième ensemble de paramètres est lié à l'entreprise : on y trouve les différentes valeurs sur les calendriers de travail et les coûts. Un troisième ensemble fournit les paramètres de l'algorithme génétique, comme l'effectif de la population, les probabilités de croisement et de mutation, la composition des nouvelles générations, et les critères d'arrêt de l'algorithme de recherche, comme indiqué dans le tableau (4) :

Tableau 4. Paramètres de la méthode d'exploration

Taille de la population	= 100 individus
Probabilité de croisement	= 0,7
Probabilité de mutation	= 0,02
Probabilité de génération de nouveaux individus – pour améliorer la diversité de la population	= 0,15
Nombre maximal de générations	= 800 générations
Nombre d'itérations sans convergence avant arrêt	= 100 générations
Nombre d'individus stockés, sur lesquels est calculée la convergence	= 15 individus

Au cours de la réalisation du projet, nous admettrons que les efficacités des acteurs sont calculées au début de chaque

mission en fonction de leurs affectations précédentes, et qu'ils travailleront pendant la réalisation de cette mission avec une efficacité constante : en d'autres termes, nous calculons l'efficacité d'un acteur au début de chaque affectation, et la durée de la tâche sera calculée sur la base de cette efficacité.

Pour résoudre le problème, nous devons définir les priorités de l'entreprise : réduire les heures de travail nécessitées par le programme (donc faire le plus possible appel aux ressources les plus compétentes, et par conséquent développer une culture de la monovalence des opérateurs), ou développer la polyvalence des acteurs (avec l'inflation des heures donc des coûts que cela entraîne), ou bien rechercher un compromis entre ces deux extrêmes. En premier lieu, nous avons cherché à résoudre le problème avec le coût minimum ; comme l'indique la figure (3), nous pouvons observer qu'après un nombre de 218 générations, l'AG a réussi à réduire les coûts de réalisation du projet de 5,31%, soit un surcoût de seulement 3,58% par rapport au coût idéal (12 408 unités monétaires, si on suppose que toutes les heures sont réalisées en heures normales).

D'un autre côté, l'entreprise perd en moyenne 2,06% des compétences secondaires de ses acteurs, à cause de l'effet d'oubli. Ceci est illustré par les figures (4, 5 et 6), qui montrent les évolutions des efficacités : sur la figure 4, on peut observer que l'acteur a_{10} commence à travailler sur sa compétence secondaire ($k = 2$) pendant les jours ($j = 1, 2$ et 3). Grâce à cette affectation, son niveau de compétence commence à évoluer du fait de la pratique (figure 5).

Cependant, à partir de la journée ($j = 4$) jusqu'à la journée ($j = 11$), il travaille sur sa compétence nominale ($k = 3$), au détriment de sa compétence ($k = 2$). Ce processus de suivi des fluctuations de l'efficacité de l'acteur est maintenu sur toute la période de la réalisation du projet : à la fin de cette période, contrairement à ce que suggère l'échelle des ordonnées pour la figure 5, on constate que cet acteur n'a perdu que 0,078% de son efficacité initiale. On peut voir également que les effets de la dépréciation sont d'autant plus sensibles (comparés au phénomène d'apprentissage) que l'efficacité de l'acteur est élevée : voir pour comparaison la figure 1. L'acteur 10 a une efficacité élevée (0,90) au démarrage du projet : pour cette raison le phénomène de perte est faible, comme le montre l'équation (5).

Par ailleurs, si nous prenons l'acteur a_3 , (figure 6), nous trouvons que cette dépréciation est de 22,25%, qui peut être considérée comme très grande. Nous en concluons que les acteurs qui ont de faibles niveaux d'efficacité ont plus de risques de perdre leurs compétences que leurs collègues d'efficacité élevés, pour une même durée d'interruption.

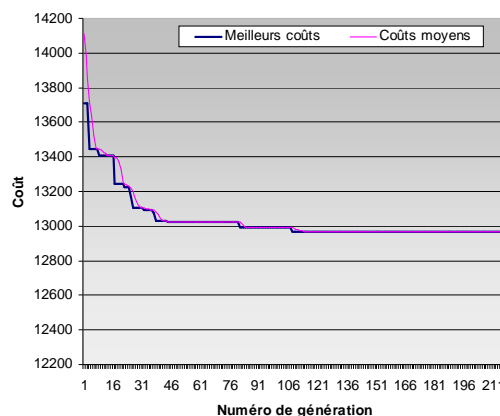


Figure 3. Variation de la fonction objectif lors d'explorations

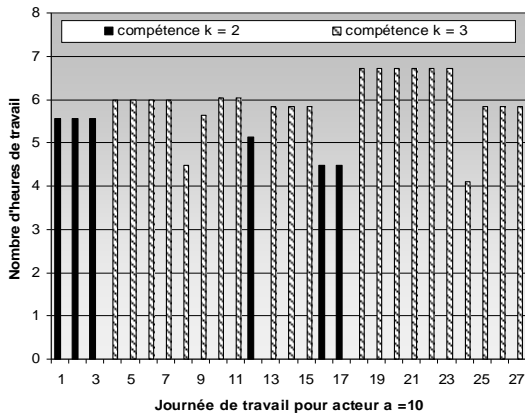


Figure 4. Travail quotidien de l'acteur (a = 10)

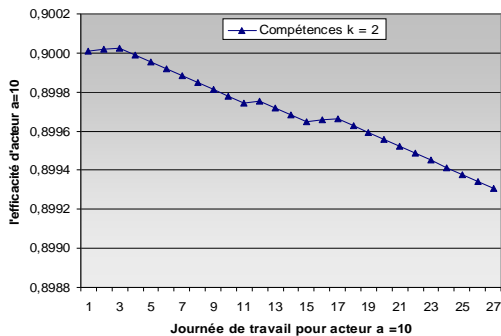


Figure 5. Évolutions de l'efficacité de l'acteur (a = 10) sur la compétence (k = 2)

Autre stratégie, si l'entreprise a l'intention de développer la polyvalence des acteurs, on peut le modéliser en augmentant le paramètre fictif de bénéfice (U_k) associé à l'objectif (f_5). Comme conséquence, les coûts directs du projet seront augmentés, parce que le modèle favorisera les affectations non-optimales des opérateurs, en les mobilisant sur leurs compétences secondaires. Par exemple, si nous utilisons une valeur de $U_k = 1\ 000$ unités monétaires, on constate une progression moyenne des efficacités des acteurs de 0,185%, en contrepartie d'un surcoût de 16,04% lié au travail non-optimal : surcoût associé à la culture de la réactivité par la polyvalence.

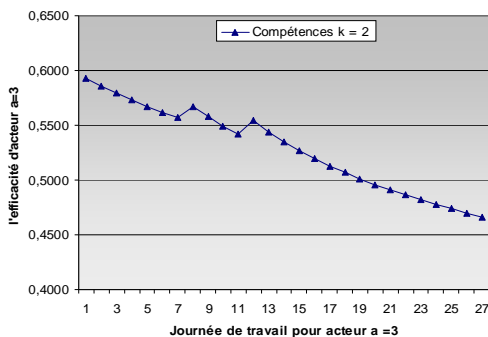


Figure 6. Évolutions de l'efficacité de l'acteur (a = 3) sur la compétence (k = 2)

7 CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Dans ce travail, nous avons modélisé le problème de l'affectation multi-période et flexible des ressources humaines

en tenant compte de la flexibilité du temps de travail, de la polyvalence et des phénomènes d'apprentissage – et d'oubli. Le modèle proposé a ensuite été résolu, en utilisant une représentation des ensembles de décisions par algorithme génétique. Dans cette approche d'AG, chaque chromosome tient trois séries de listes de priorités capables de résoudre le problème après le passage à une approche d'affectation spécifique. La méthode de résolution utilise les décisions d'affectation des ressources humaines comme un paramètre majeur pour gérer et développer les compétences dans l'entreprise. Nous avons illustré par nos résultats que si l'entreprise est toujours orientée vers la réalisation du projet avec les coûts minimums, en affectant systématiquement les acteurs sur leur compétence de base, elle verra se déprécier l'éventail de ses compétences, et donc la flexibilité des acteurs. Les entreprises doivent donc accepter des surcoûts de non-optimalité pour développer les compétences de ses opérateurs et donc la flexibilité et sa réactivité. On peut considérer ce surcoût de réalisation du projet comme un investissement dans les ressources humaines. Comme perspectives, nous allons d'abord travailler pour appliquer le modèle proposé pour résoudre un projet de grande taille, plus représentatif de projets industriels et logistiques. Ensuite, le modèle sera appliqué pour une étude de cas du monde réel, orienté vers l'aide à la décision en matière de gestion prévisionnelle des compétences. Enfin, pour tenter de mettre en évidence des solutions plus pertinentes, des travaux futurs consisteront à mettre en place et tester une approche multicritères de ce modèle.

8 REFERENCES

- Azmat, C.S., Hürlimann, T., Widmer, M., (2004) Mixed Integer Programming to Schedule a Single-Shift Workforce under Annualized Hours. *Annals of Operations Research*, 128(1-4), 199-215.
- Dar-El, EM, Ayas, K. and Gilad, I., (1995), Predicting performance times for long cycle time tasks, *IIE transactions*, vol. 27, no.3, 272-281.
- Davis, D.J., Kher, H.V., Wagner, B.J., (2009) Influence of workload imbalances on the need for worker flexibility. *Computers and Industrial Engineering*, 57, 319-329.
- DeJong, J., (1957) Effect of increased skills on cycle time and its consequences for time standards. *Ergonomics*, 1, 51-61.
- Drezet, L., Billaut, J., (2008) A project scheduling problem with labour constraints and time-dependent activities requirements. *International Journal of Production Economics*, 112(1), 217-225.
- Duquenne, P., EDI, H.K., Le-Lann, J., (2005) Characterization and modelling of flexible resources allocation on industrial activities. 7th World Congress of Chemical Engineering. Glasgow, Scotland.
- EDI, H.K., (2007) *Affectation flexible des ressources dans la planification des activités industrielles: prise en compte de la modulation d'horaires et de la polyvalence*. Thèse PhD, Université de Paul Sabatier, Toulouse, France.
- Eitzen, G., Panton, D., Mills, G., (2004) Multi-Skilled Workforce Optimisation. *Annals of Operations Research*, 127(1-4), 359-372.
- Gen, M., Cheng, R., (2000) *Genetic algorithms and engineering optimization*, Wiley-IEEE.
- Globerson, S., Levin, N., Shtub, A., (1989) The Impact of Breaks on Forgetting When Performing A Repetitive Task. *IIE - Transactions*, 21(4), 376.
- Gutjahr, W.J., Katzensteiner, S., Reiter, P., Stummer, C., Denk, M., (2008) Competence-driven project portfolio selection, scheduling and staff assignment. *Central*

- European Journal of Operations Research*, 16(3), 281-306.
- Hertz, A., Lahrichi, N., Widmer, M., (2010) A flexible MILP model for multiple-shift workforce planning under annualized hours. *European Journal of Operational Research*, 200(3), 860-873.
- Hitt, M.A., Keats, B.W., DeMarie, S.M., (1998) Navigating in the New Competitive Landscape: Building Strategic Flexibility and Competitive Advantage in the 21st Century. *The Academy of Management Executive (1993-2005)*, 12(4), 22-42.
- Hlaotittinun, O., (2009) *Contribution à la constitution d'équipes de conception couplant la structuration du projet et le pilotage des compétences*. Université de Franche-Comté, Besançon, France.
- Jaber, M.Y., Bonney, M.C.A., (1996) Production breaks and the learning curve: the forgetting phenomenon. *Applied Mathematical Modelling*, 20(2), 162-169.
- Li, H., Womer, K., (2009) Scheduling projects with multi-skilled personnel by a hybrid MILP/CP benders decomposition algorithm. *Journal of Scheduling*, 12(3), 281-298.
- Mazur, J.E., Hastie, R., (1978) Learning as accumulation: A reexamination of the learning curve. *Psychological Bulletin*, 85(6), 1256-1274.
- Morineau, O., Néron, E., (2007) A Branch-and-Bound method for solving Multi-Skill Project Scheduling Problem. *Operations Research*, 41(2), 16.
- NASA, (2007), Cost Estimating Web Site: Learning Curve Calculator, available at: <<http://cost.jsc.nasa.gov/learn.html>> [Accessed 25 January 2011].
- Sayin, S., Karabati, S., (2007) Assigning cross-trained workers to departments: A two-stage optimization model to maximize utility and skill improvement. *European Journal of Operational Research*, 176(3), 1643-1658.
- Valls, V., Perez, A., Quintanilla, S., (2009) Skilled workforce scheduling in Service Centres. *European Journal of Operational Research*, 193(3), 791-804.
- Vidal, E., Duquenne, P., Pingaud, H., (1999) Optimisation des plans de charge pour un flow-shop dans le cadre d'une production en Juste A Temps: 2- Formulation mathématique. 3ème Congrès Franco-Quebequois de Génie Industriel. Montréal, Québec, Canada, p. 1175-1184.
- Wright, T., (1936) Factors Affecting the Cost of Airplanes. *Journal of Aeronautical Sciences*, 3, 122-128.
- Wu, M., Sun, S., (2006) A project scheduling and staff assignment model considering learning effect. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 28(11-12), 1190-1195.
- Yang, K., Webster, S., Ruben, R.A., (2007) An evaluation of worker cross training and flexible workdays in job shops. *IIE - Transactions*, 39(7), 735.
- C_{so} : la durée standard de travail hebdomadaire, En France: $C_{so}=35$ heures par semaine.
- D : durée standard d'une tâche, nombre entier, en jours.
- D_i^{min} - D_i^{max} : durées minimum et maximum de la tâche i , nombre entier, en jours.
- $DMax12S$: Valeur maximale de la moyenne des heures de travail hebdomadaires sur une période de douze semaines consécutives – en France, $DMax12S=44$ heures.
- $DMaxJ$: Durée maximale du travail quotidien – en France, $DMaxJ = 10$ heures.
- $DMaxMod$: la durée normale de travail hebdomadaire, fixée par l'accord collectif, nous avons supposé que $DMaxMod = 39$ heures.
- $DMaxS$: la durée maximale de travail hebdomadaire, en France $DMaxS = 48$ heures.
- DSA : heures de travail maximum annuel de l'acteur, en France $DSA \approx 1600$ heures.
- E_{SS} - E_{SF} : l'ensemble des relations temporelles entre des paires de tâches ; S signifie la date de début de tâche et F signifie la date de fin de tâche.
- E_{FS} - E_{FF}
- HAS : heures supplémentaires maximum annuel de l'acteur, $HAS = 180$ heures/an.
- I : indique le nombre total des tâches dans le lot de travail considéré, nombre entier.
- K : désigne l'ensemble de compétences, ainsi que le nombre total de compétences, nombre entier.
- NJS : nombre de jours de travail par semaine, identique pour tous les acteurs ; $NJS = 5$ jours.
- u : pour les heures supplémentaires : facteur multiplicatif appliqué au coût horaire standard, nombre réel, adimensionnel.
- U_a : le coût horaire standard d'acteur, en unités monétaires, nombre réel.
- UF_a : coût virtuel associé à la flexibilité résiduelle d'acteur, en unités monétaires, nombre réel.
- UL : taux journalier de pénalités de retard, en unités monétaires, nombre réel.
- U_k : profits virtuels associées à l'évolution d'expérience des acteurs, en unités monétaires, nombre réel.
- $w_{i,k}$: charge de travail standard sur la tâche i , pour la compétence k , nombre réel, en heures.
- β : Délai de grâce pour livraison des fournitures d'un lot de travail, exprimé en nombre des jours, entier.
- $\theta_{min,k}$: niveau minimum d'efficacité requis pour exercer la compétence k , $\theta_{min,k} \in [0,1]$, adimensionnel.
- τ_j : frais de stockage, par jour, lié à l'achèvement anticipé d'un lot de travail, en unités monétaires, nombre réel.

Variables du modèle:

- $\sigma_{a,i,k,j}$: Décision d'affectation de l'acteur a sur la charge « $w_{i,k}$ » pendant la période de travail j , binaire.
- $d_{i,k}$: Durée d'exécution réelle d'un travail sur la tâche i pour la compétence k , en jours, nombre entier.
- $\theta_{a,k}(n)$: Efficacité de l'acteur a pour la compétence k , à la date de début des travaux, $\theta_{a,k}(n) \in [0,1]$, adimensionnel.
- $\omega_{a,i,k,j}$: Durée de travail pour l'acteur a sur la charge $w_{i,k}$, au cours de la période j , en heures, nombre réel.

Notation auxiliaries:

- d_i : période d'exécution d'une tâche ($d_i = \max(d_{i,k})$, $k = 1, \dots, K$), en jours, nombre entier.
- dd : date de début, nombre entier.
- Df : date de fin, nombre entier.

ANNEXE

Nomenclature

Indices:

- a : indice de l'acteur.
- i ou c : indice de la tâche.
- j : pour indiquer le numéro du jour.
- k : indice de competence.
- s ou p : indice pour indiquer la semaine de travail.

Données :

- A : l'ensemble des acteurs.

EE	: effectif équivalent, nombre réel.	nk_a	: Ensemble des compétences maîtrisées par un acteur a , désigne aussi son cardinal, nombre entier.
ER	: effectif réel, nombre entier.	nk_i	: Ensemble des compétences requises pour effectuer la tâche i .
$HS_{a,s}$: nombre des heures supplémentaires de l'acteur a pendant de la semaine s , nombre réel	NS	: Ensemble des semaines de travail pour réaliser le lot de travail, égal à $\{S_{SW}, \dots, S_{FW}\}$.
L	: Durée contractuelle du lot de travail considéré, en jours, nombre entier.	S_{FW}	: Semaine de fin du lot de travail.
LV	: Durée réelle d'exécution du lot de travail, en jours, nombre entier.	S_{SW}	: Semaine de début du lot de travail.
NA_k	: Ensemble des acteurs qui maîtrisent la compétence k .	ρ	: Ensemble des tâches en cours d'exécution; désigne également son cardinal.