

# Proposition d'une approche probabiliste floue pour la mesure de la flexibilité des systèmes de production

TOUFIK BENTRACIA, LEILA HAYET MOUSS ET NADIA KINZA MOUSS

LABORATOIRE D'AUTOMATIQUE ET PRODUCTIQUE (LAP), UNIVERSITÉ HADJ LAKHDER -BATNA-  
Rue Chahid Mohammed El-Hadi Boukhrouf, 05000 Batna, Algérie  
toufikmit@yahoo.com, hayet\_mouss@yahoo.fr et kinzmouss@yahoo.fr

---

**Résumé** - Avec le degré élevé de compétition entre les entreprises à l'échelle des marchés internationaux, en particulier avec les circonstances résultantes de la récente crise économique, la nécessité d'avoir des mesures pour quantifier la flexibilité est d'une grande importance. La mesure exacte de ce concept est affectée par plusieurs difficultés et la tâche devient donc plus ardue à réaliser. Le formalisme des probabilités floues est proposé pour l'élaboration d'une mesure de flexibilité des systèmes de production. L'utilisation de cette approche conduit à la résolution d'un ensemble de problèmes de programmation linéaire avec contraintes, ceci est utilisé pour tester la mesure à travers différents scénarii. Les résultats obtenus montrent que la métrique proposée est efficace dans la mesure de flexibilité lorsque la demande prévue des produits change avec apparition de modes de défaillance, et un ordre de préférence peut être élaboré dans le cas d'un ensemble d'entreprises les plus adaptées pour une situation définie.

**Abstract** - With the increasing degree of competition among firms at the level of international markets, especially under the circumstances generated by the recent economical crisis, the need for flexibility quantification metrics is a mandatory requirement. However, the accurate measure of such concept is faced to many drawbacks making it a hard process to achieve. Fuzzy probabilities formalism is proposed for the elaboration of a flexibility measure for manufacturing systems. Using such approach leads to the resolution of a set of linear programming problems with constraints, which was used to test the measure through a number of different scenarios. Obtained results showed that the proposed metric succeeded in measuring flexibility when the forecasted demand for products changed in addition to the occurrence of different failure modes. Therefore, a preference order can be established for a set of firms when referenced to a specified situation.

**Mots clés** - Flexibilité, Coût d'adaptation aux changements, Probabilité Floue, Coupe- $\alpha$ .

**Keywords** - Flexibility, Change Penalty, Fuzzy Probability,  $\alpha$ -Cut.

---

## 1 INTRODUCTION

Les conséquences néfastes engendrées par la récente crise économique qui a envahi la quasi-totalité des pays industriels ont met en évidence la nécessité d'avoir des stratégies pertinentes à l'échelle microéconomique [Riaz, 2009, Arnold, 2009], permettant aux grandes entreprises particulièrement les multinationales de résister face aux fluctuations d'un marché caractérisé par: l'augmentation de la concurrence, la pression de l'environnement pour une innovation rapide des produits et l'augmentation de l'offre par rapport à la demande [Grossberg, 2009].

La notion de flexibilité introduite initialement pour désigner la bonne réponse d'un système aux changements d'environnement [Beach et al., 2000], est considérée comme l'un des facteurs prépondérants influant sur les décisions stratégiques d'une entreprise. Cependant sur le champ pratique, les gestionnaires trouvent de grandes difficultés dans l'utilisation de la flexibilité dans le développement des outils de compétitivité, ce qui est due à la complexité associée à l'élaboration des modèles quantitatifs pour estimer le gain financier résultant de l'investissement au niveau de l'aspect flexibilité d'une entreprise.

En effet, le profond changement à la fois au niveau des contextes technologiques et économiques dans lesquels évoluent les entreprises d'aujourd'hui a rendu la flexibilité un concept très répandu dans la littérature. Mais au delà du phénomène de mode, la perception actuelle de la flexibilité reste ambiguë où la situation est similaire à celle de la qualité

il y a quelques années. Le concept n'est pas totalement exploré, et pour que sa mise en œuvre ait un impact positif, il faut que les enjeux en soient bien cernés. Ainsi, comme beaucoup de décisions d'investissement elle est irréversible, les coûts de son implantation peuvent être importants pour un retour sur investissement incertain en valeur et en délai [Beskese et al., 2004].

En outre, la flexibilité a une certaine réalité en entreprise. Elle est associée sur le plan technique à des organisations d'atelier comme les ateliers flexibles et à l'utilisation de certains types de machine tels que les machines outils à commande numérique. Mais la flexibilité peut également se manifester sous d'autres formes; ainsi, dans les industries de type mélange, c'est la définition du produit exprimée par une recette à la place d'une nomenclature et les différentes matières premières disponibles qui créent de la flexibilité [Bertrand et Rutten, 1999].

Donc, il est clair que la notion de flexibilité n'est pas limitée à l'aspect matériel mais touche également les modes de gestion de l'entreprise. Par exemple, du fait des dernières lois sur le temps de travail, on parle de flexibilité de la main d'œuvre. Cette flexibilité se manifeste entre autre par la mise en place des 35 heures, de l'annualisation du temps de travail, voire par les différents types de contrats (CDD, CDI, stages ...) [Thomas, 2003].

Notre objectif dans ce travail consiste en l'élaboration d'une approche probabiliste floue basée sur la notion de fonction de pénalité. Un état de l'art succinct concernant les dimensions et

les modèles de mesure de la flexibilité est présenté dans la deuxième partie. Nous abordons dans la troisième partie les étapes d'élaboration de l'approche proposée. L'application de notre approche est illustrée à travers un exemple artificiel dans la quatrième partie et on termine avec quelques conclusions et perspectives. L'approche proposée peut constituer une base solide pour des futures extensions satisfaisantes aux contraintes réelles.

## 2 DIMENSIONS ET MODELES DE MESURE DE LA FLEXIBILITE

Comme la flexibilité est un concept aux multiples facettes car il peut supporter de nombreux aspects du monde industriel, les spécialistes ne s'accordent pas sur une définition unique. En effet, il existe plus de 50 termes différents pour caractériser les dimensions de la flexibilité [Sethi et Sethi, 1990]. La classification de référence sur laquelle est basée la majorité des extensions est celle de Brown et al. Cette classification contient 8 dimensions définies comme suit [Brown et al., 1984]:

- Flexibilité processus: Capacité de faire varier les étapes de réalisation d'une tâche.
- Flexibilité sur le routage: Capacité de changer la séquence de passage des pièces sur les machines lorsqu'une tombe en panne.
- Flexibilité sur les opérations: Capacité de changer l'ordre de certaines opérations dans une gamme de production.
- Flexibilité machine: C'est la facilité du système à faire les changements nécessaires sur les machines pour produire un ensemble donné de pièces.
- Flexibilité produit: Capacité de mettre en œuvre, rapidement et de manière économique, les changements nécessaires à l'intégration de nouvelles pièces dans le panel actuel.
- Flexibilité sur le volume: Capacité de faire fonctionner un atelier à des niveaux de production différents tout en restant à un niveau de profit acceptable.
- Flexibilité sur la production: Capacité de faire varier rapidement et de manière économique la gamme de pièces qu'un atelier peut produire.
- Flexibilité sur l'expansion: Capacité de construire un système ou de l'agrandir facilement et de manière modulaire.

Dans le but de faciliter la classification de ce cumul d'amalgame de notions sur la flexibilité dans la littérature, un schéma constitué de six attributs est proposé. Le schéma prend en considération les différentes propriétés internes et externes au système étudié pour permettre par la suite une meilleure comparaison et évaluation [Shewchuk et Moodie, 1998].

Tout comme pour la classification, il existe un grand nombre de modèles de mesure de la flexibilité. La modélisation analytique est souvent utilisée pour quantifier la flexibilité d'un système de production en se basant sur des concepts mathématiques [Brill and Mandelbaum, 1990, Shuiabi et al., 2005]. Les réseaux de Petri sont considérés également comme un outil puissant pour estimer le temps nécessaire d'adaptation d'un système aux différentes perturbations [Barad et Sipper, 1988, Tsinarakis et al., 2005]. La capacité de la logique floue dans la modélisation de l'incertitude du raisonnement humain a sollicité le développement des approches floues comme technique de mesure de la flexibilité, ceci à travers l'élaboration de règles linguistiques de la forme IF-THEN et plusieurs types de flexibilité ont été estimées [Tsourveloudis et Phillis, 1998, Tsourveloudis et Phillis, 1998].

## 3 APPROCHE PROPOSEE

La définition de la flexibilité comme étant la capacité d'un système à s'adapter aux changements permet de proposer un critère de mesure qui dépend du coût d'adaptation et la flexibilité d'un système sera donc inversement proportionnelle à ce coût. Le coût d'adaptation aux changements (CAC) peut être défini en termes de deux paramètres principaux: pénalité de changement et probabilité du changement [Chryssolouris, 2006]. Il est clair qu'un système ayant un coût d'adaptation nulle est idéalement flexible et vice-versa.

En se basant sur les considérations précédentes, on peut prendre la forme générale suivante pour caractériser le coût d'adaptation [Chryssolouris, 1996]:

$$CAC = \sum_{i=1}^D Pn(X_i)Pr(X_i) \quad (1)$$

avec:

$D$ : nombre de changements potentiels.

$X_i$ : changement potentiel numéro  $i$ .

$Pn(X_i)$ : pénalité du changement potentiel numéro  $i$ .

$Pr(X_i)$ : probabilité du changement potentiel numéro  $i$ .

Donc la flexibilité peut être déduite comme étant:

$$FI = (CAC)^{-1} \quad (2)$$

Il est à noter que cette procédure est appliquée d'une façon indépendante pour chaque type de flexibilité et la flexibilité totale est la somme pondérée des différents types de flexibilité existants dans le système de production:

$$FI_{tot} = \sum_{j=1}^K w_j FI_j \quad (3)$$

avec  $K$  est le nombre de types de flexibilité étudiés et  $w_j$  le coefficient de pondération du type de flexibilité numéro  $j$  compris dans l'intervalle  $[0,1]$ .

Pour qu'on puisse décrire le comportement incertain du système dans ce modèle d'une façon plus proche de la réalité, il est intéressant de prendre en considération les deux aspects: probabiliste et imprécision à la fois [Tüysüz et Kahraman, 2010]. Ce but peut être atteint par la proposition d'une extension floue pour l'approche probabiliste précédente. Elle est basée sur la fuzzification des probabilités de changement et l'utilisation du principe d'extension pour aboutir à un critère flou comme mesure de la flexibilité totale. La fuzzification des probabilités est exprimée à l'aide des nombres flous obtenus par la superposition des intervalles de confiance générées pour différents niveaux de signification ou bien par l'estimation d'un group des experts dans le cas de la non disponibilité d'un échantillon aléatoire, ce qui permet d'avoir les valeurs pessimiste, moyenne et optimiste d'une probabilité quelconque [Buckley, 2005]. L'intérêt d'introduire des probabilités floues dans la modélisation des problèmes réels est illustré dans la littérature à travers plusieurs applications pratiques [Buckley, 2004, Buckley et al., 2007, Buckley et Jowers, 2007].

La représentation triangulaire des probabilités floues est notée:

$$\tilde{pr}(X_i) = (pr_1(X_i), pr_2(X_i), pr_3(X_i)) \quad (4)$$

Le coût de changement flou  $\tilde{CAC}$  est exprimé par la détermination des bornes de la coupe- $\alpha$   $\tilde{CAC}[\alpha]$  défini par:

$$\left\{ \begin{array}{l} cac_1(\alpha) = \underset{pr(X_i)}{Min} \left\{ \sum_{i=1}^D pn(X_i)pr(X_i) \right\} \\ cac_2(\alpha) = \underset{pr(X_i)}{Max} \left\{ \sum_{i=1}^D pn(X_i)pr(X_i) \right\} \end{array} \right. \quad (5)$$

sous les contraintes:

$$\left\{ \begin{array}{l} pr(X_i) \in [(pr_2(X_i) - pr_1(X_i))\alpha + pr_1(X_i), \\ (pr_2(X_i) - pr_3(X_i))\alpha + pr_3(X_i)] \\ \sum_{i=1}^D pr(X_i) = 1 \end{array} \right. \quad (6)$$

Ces deux problèmes de programmation linéaire peuvent être résolus pour différentes valeurs de  $\alpha \in [0,1]$  à l'aide d'algorithmes dédiés tels que Simplex ou Lipsol dans le cas de grande instance [Webster, 1994, Zhang, 1995].

Comme la flexibilité est définie par une fonction monotone (décroissante) et continue sur un compact borné  $\tilde{CAC}[\alpha]$ , les bornes (minimum et maximum) de cette fonction sont atteintes sur les frontières de la coupe- $\alpha$   $\tilde{CAC}[\alpha]$ . À ce niveau, les bornes de la coupe- $\alpha$   $\tilde{FI}[\alpha]$  correspondantes à un seul type de flexibilité sont obtenues par:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{f}_{i_1}(\alpha) = \text{Min}_{cac \in \tilde{CAC}[\alpha]} \left\{ \frac{1}{cac} \right\} = \frac{1}{cac_2(\alpha)} \\ \tilde{f}_{i_2}(\alpha) = \text{Max}_{cac \in \tilde{CAC}[\alpha]} \left\{ \frac{1}{cac} \right\} = \frac{1}{cac_1(\alpha)} \end{array} \right. \quad (7)$$

La flexibilité totale d'un système de production comportant  $K$  type de flexibilité peut être déduite en manipulant la somme pondérée par le principe d'extension pour arriver finalement à:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{f}_{i_{tot1}}(\alpha) = \sum_{j=1}^K w_j \tilde{f}_{i_{j1}}(\alpha) \\ \tilde{f}_{i_{tot2}}(\alpha) = \sum_{j=1}^K w_j \tilde{f}_{i_{j2}}(\alpha) \end{array} \right. \quad (8)$$

avec  $w_j$ : coefficients de pondération fixés par les experts selon l'importance du type de flexibilité associée et on a la

$$\text{condition: } \sum_{j=1}^K w_j = 1$$

#### 4 EXEMPLE NUMERIQUE

Dans le but de valider l'approche probabiliste floue proposée, elle est utilisée pour comparer la flexibilité globale de deux systèmes de production. Dans cet exemple on ne considère que deux types de flexibilité: la flexibilité produit et la flexibilité sur le routage. Pour la flexibilité produit, le secteur d'activité initial (produit A) est identique pour les deux systèmes avec planification de nouveaux produits B, C, D et F. Les probabilités de demandes de produits ainsi que les coûts nécessaires pour apporter les extensions requises pour la production sont illustrées respectivement sur le tableau 1 pour le premier système et sur le tableau 2 pour le deuxième système.

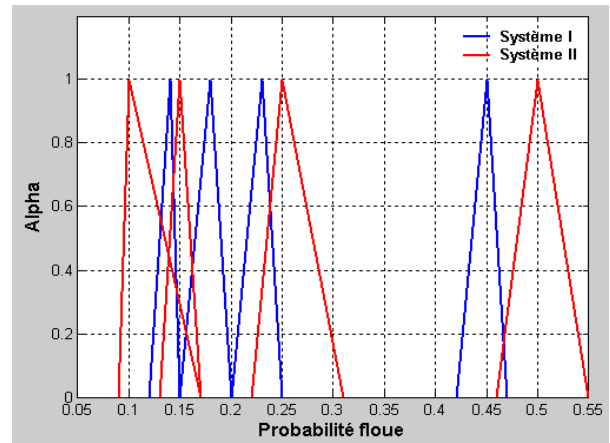
**Tableau 1. Paramètres Associés à la Demande des Produits B, C, D et F pour le Premier Système**

Système I			
	$X_i$	$pn(X_i)$	$\tilde{pr}(X_i)$
Flexibilité produit	A→B	50	(0.42/0.45/0.47)
	A→C	70	(0.20/0.23/0.25)
	A→D	120	(0.15/0.18/0.20)
	A→F	180	(0.12/0.14/0.15)

**Tableau 2. Paramètres Associés à la Demande des Produits B, C, D et F pour le Deuxième Système**

Système II			
	$X_i$	$pn(X_i)$	$\tilde{pr}(X_i)$
Flexibilité produit	A→B	45	(0.46/0.50/0.55)
	A→C	70	(0.22/0.25/0.31)
	A→D	90	(0.13/0.15/0.17)
	A→F	200	(0.09/0.10/0.11)

La représentation graphique des probabilités floues des demandes des produits B, C, D et F pour les deux systèmes est donnée par la figure 1.



**Figure 1. Visualisation des Probabilités Floues de la Demande des Produits B, C, D et F pour les Deux Systèmes**

Dans le cas de la flexibilité sur le routage, les taux de défaillances sont considérés comme constants. Ceci signifie que seulement la région intermédiaire de la courbe en baignoire est prise en considération. Donc, une distribution exponentielle est la plus adaptée pour modéliser approximativement l'occurrence des défauts à ce niveau dans le système de production [Renasas Solutions, 2006]. L'utilisation des réseaux de Petri stochastiques comme un outil puissant d'analyse peut contribuer à une modélisation fiable et robuste pour le déduction des probabilités dans le régime stationnaire [Bause et Kritzinger, 2002]. Mais pour une modélisation efficace qui permet de couvrir la totalité de la courbe en baignoire il est intéressant d'opter pour d'autres distributions plus générales telle que la loi de Weibull [Rinne, 2009].

Les probabilités de défaillance des deux systèmes ainsi que les coûts nécessaires pour faire retourner le système à son état initial de bon fonctionnement (coûts associés au changement du routage, maintenance corrective ou prédictive,..etc.) sont illustrées sur les deux tableaux suivants. Les états sont notés par:  $\Lambda$ ,  $\Pi$ ,  $\Psi$  et  $\Omega$  pour les deux systèmes, avec  $\Lambda$  est considéré comme l'état initial de bon fonctionnement. Les coûts utilisés dans les deux cas de flexibilités peuvent être évalués en pratique par l'analyse des dépenses relatives à ces tâches dans les deux systèmes sur un horizon d'étude bien déterminé [Taghelabet, 2006, DjabAllah, 2009].

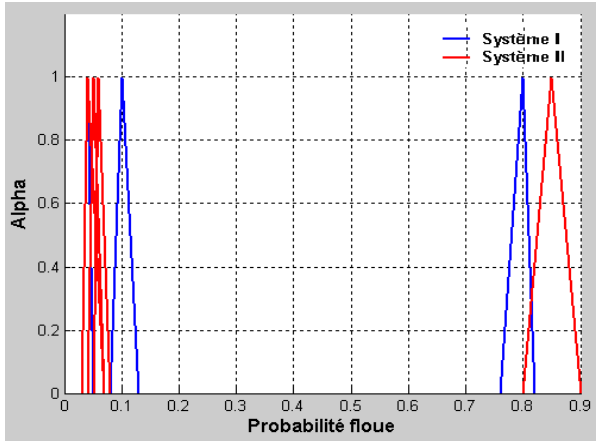
**Tableau 3. Paramètres Associés aux Transitions des États  $\Lambda$ ,  $\Pi$ ,  $\Psi$  et  $\Omega$  pour le Premier Système**

Système I			
	$X'_i$	$pn(X'_i)$	$\tilde{pr}(X'_i)$
Flexibilité sur le routage	$\Lambda \rightarrow \Lambda$	5	(0.76/0.80/0.82)
	$\Lambda \rightarrow \Pi$	12	(0.08/0.10/0.13)
	$\Lambda \rightarrow \Psi$	20	(0.05/0.06/0.08)
	$\Lambda \rightarrow \Omega$	30	(0.03/0.04/0.05)

**Tableau 4. Paramètres Associés aux Transitions des États  $\Lambda$ ,  $\Pi$ ,  $\Psi$  et  $\Omega$  pour le Deuxième Système**

Système II			
	$X'_i$	$pn(X'_i)$	$\tilde{pr}(X'_i)$
Flexibilité sur le routage	$\Lambda \rightarrow \Lambda$	6	(0.80/0.850/0.90)
	$\Lambda \rightarrow \Pi$	10	(0.05/0.06/0.08)
	$\Lambda \rightarrow \Psi$	22	(0.04/0.05/0.07)
	$\Lambda \rightarrow \Omega$	29	(0.03/0.04/0.07)

La visualisation graphique des probabilités floues des transitions entre les états  $\Lambda$ ,  $\Pi$ ,  $\Psi$  et  $\Omega$  est donnée par la figure 2. La probabilité de passage à un état de fonctionnement dégradé ( $\Pi$ ,  $\Psi$  et  $\Omega$ ) est relativement très faible par rapport à la probabilité du bon fonctionnement  $\Lambda$  et ceci pour les deux systèmes.



**Figure 2. Visualisation des Probabilités Floues des Transitions des États  $\Lambda$ ,  $\Pi$ ,  $\Psi$  et  $\Omega$  pour les Deux Systèmes**

L'utilisation des intervalles coupe- $\alpha$  dans la modélisation de la flexibilité permet de réduire la complexité de calcul en particulier lorsque le principe d'extension est adopté. Le passage de la notation triangulaire à la notation des intervalles coupe- $\alpha$  est réalisé à l'aide de la transformation:

$$(pr_1(X_i), pr_2(X_i), pr_3(X_i)) \Leftrightarrow \left( \begin{array}{l} [(pr_2(X_i) - pr_1(X_i))\alpha + pr_1(X_i), \\ (pr_2(X_i) - pr_3(X_i))\alpha + pr_3(X_i)] \end{array} \right) \quad (9)$$

La transformation des probabilités floues des demandes des produits B, C, D et F de la notation triangulaire à la notation

des intervalles coupe- $\alpha$  est présentée pour les deux systèmes dans les tableaux 5 et 6.

**Tableau 5. Notation Coupe- $\alpha$  des probabilités Floues de la Demande des Produits pour le Premier Système**

Système I	
$\tilde{pr}(X_i)$	Coupe- $\alpha$
(0.42/0.45/0.47)	$[0.03\alpha + 0.42 ; 0.47 - 0.02\alpha]$
(0.20/0.23/0.25)	$[0.03\alpha + 0.20 ; 0.25 - 0.02\alpha]$
(0.15/0.18/0.20)	$[0.03\alpha + 0.15 ; 0.20 - 0.02\alpha]$
(0.12/0.14/0.15)	$[0.02\alpha + 0.12 ; 0.15 - 0.01\alpha]$

**Tableau 6. Notation Coupe- $\alpha$  des probabilités Floues de la Demande des Produits pour le Deuxième Système**

Système II	
$\tilde{pr}(X_i)$	Coupe- $\alpha$
(0.46/0.50/0.55)	$[0.04\alpha + 0.46 ; 0.55 - 0.05\alpha]$
(0.22/0.25/0.31)	$[0.03\alpha + 0.22 ; 0.31 - 0.06\alpha]$
(0.13/0.15/0.17)	$[0.02\alpha + 0.13 ; 0.17 - 0.02\alpha]$
(0.09/0.10/0.11)	$[0.01\alpha + 0.09 ; 0.11 - 0.01\alpha]$

Tandis que les probabilités floues des défaillances correspondantes aux deux systèmes sont illustrées sur les tableaux 7 et 8.

**Tableau 7. Notation Coupe- $\alpha$  des probabilités Floues des Transitions des États pour le Premier Système**

Système I	
$\tilde{pr}(X'_i)$	Coupe- $\alpha$
(0.76/0.80/0.82)	$[0.04\alpha + 0.76 ; 0.82 - 0.02\alpha]$
(0.08/0.10/0.13)	$[0.02\alpha + 0.08 ; 0.13 - 0.03\alpha]$
(0.05/0.06/0.08)	$[0.01\alpha + 0.05 ; 0.08 - 0.02\alpha]$
(0.03/0.04/0.05)	$[0.01\alpha + 0.03 ; 0.05 - 0.01\alpha]$

**Tableau 8. Notation Coupe- $\alpha$  des probabilités Floues des Transitions des États pour le Deuxième Système**

Système II	
$\tilde{pr}(X'_i)$	Coupe- $\alpha$
(0.80/0.85/0.90)	$[0.05\alpha + 0.80 ; 0.90 - 0.05\alpha]$
(0.05/0.06/0.08)	$[0.01\alpha + 0.05 ; 0.08 - 0.02\alpha]$
(0.04/0.05/0.07)	$[0.01\alpha + 0.04 ; 0.07 - 0.02\alpha]$
(0.03/0.04/0.07)	$[0.01\alpha + 0.03 ; 0.07 - 0.03\alpha]$

En remplaçant ces valeurs dans notre approche basée sur la programmation linéaire, on obtient la modélisation floue pour le coût de changement flou ainsi que la flexibilité floue et ceci pour les deux systèmes de production étudiés.

Pour le premier système, on a le problème suivant dans le cas du calcul de la flexibilité produit:

$$\begin{cases} caq(\alpha) = \text{Min}\{50pr(X_1) + 70pr(X_2) + 120pr(X_3) + 180pr(X_4)\} \\ ca_2(\alpha) = \text{Max}\{50pr(X_1) + 70pr(X_2) + 120pr(X_3) + 180pr(X_4)\} \end{cases} \quad (10)$$

sous les contraintes:

$$\begin{cases} pr(X_1) \in [0.03\alpha + 0.42; 0.47 - 0.02\alpha] \\ pr(X_2) \in [0.03\alpha + 0.2; 0.25 - 0.02\alpha] \\ pr(X_3) \in [0.03\alpha + 0.15; 0.2 - 0.02\alpha] \\ pr(X_4) \in [0.02\alpha + 0.12; 0.15 - 0.01\alpha] \\ pr(X_1) + pr(X_2) + pr(X_3) + pr(X_4) = 1 \end{cases} \quad (11)$$

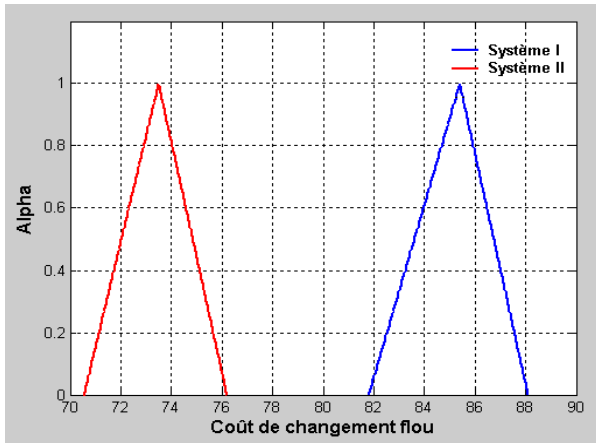
et pour le deuxième système, on a le problème suivant:

$$\begin{cases} cac_1(\alpha) = \text{Min}\{45pr(X_1) + 70pr(X_2) + 90pr(X_3) + 200pr(X_4)\} \\ cac_2(\alpha) = \text{Max}\{45pr(X_1) + 70pr(X_2) + 90pr(X_3) + 200pr(X_4)\} \end{cases} \quad (12)$$

sous les contraintes:

$$\begin{cases} pr(X_1) \in [0.04\alpha + 0.46; 0.55 - 0.05\alpha] \\ pr(X_2) \in [0.03\alpha + 0.22; 0.31 - 0.06\alpha] \\ pr(X_3) \in [0.02\alpha + 0.13; 0.17 - 0.02\alpha] \\ pr(X_4) \in [0.01\alpha + 0.09; 0.11 - 0.01\alpha] \\ pr(X_1) + pr(X_2) + pr(X_3) + pr(X_4) = 1 \end{cases} \quad (13)$$

La résolution de ces deux problèmes de la programmation linéaire donne les coûts de changement flous représentés sur la figure 3



**Figure 3. Représentation Graphique du Coût de Changement Flou Associé avec la Demande des Produits pour les Deux Systèmes**

Le problème de programmation linéaire suivant est obtenu pour le premier système dans le cas du calcul de la flexibilité sur le routage:

$$\begin{cases} cac_1(\alpha) = \text{Min}\{5pr(X_1') + 12pr(X_2') + 20pr(X_3') + 30pr(X_4')\} \\ cac_2(\alpha) = \text{Max}\{5pr(X_1') + 12pr(X_2') + 20pr(X_3') + 30pr(X_4')\} \end{cases} \quad (14)$$

sous les contraintes:

$$\begin{cases} pr(X_1') \in [0.04\alpha + 0.76; 0.82 - 0.02\alpha] \\ pr(X_2') \in [0.02\alpha + 0.08; 0.13 - 0.03\alpha] \\ pr(X_3') \in [0.01\alpha + 0.05; 0.08 - 0.02\alpha] \\ pr(X_4') \in [0.01\alpha + 0.03; 0.05 - 0.01\alpha] \\ pr(X_1') + pr(X_2') + pr(X_3') + pr(X_4') = 1 \end{cases} \quad (15)$$

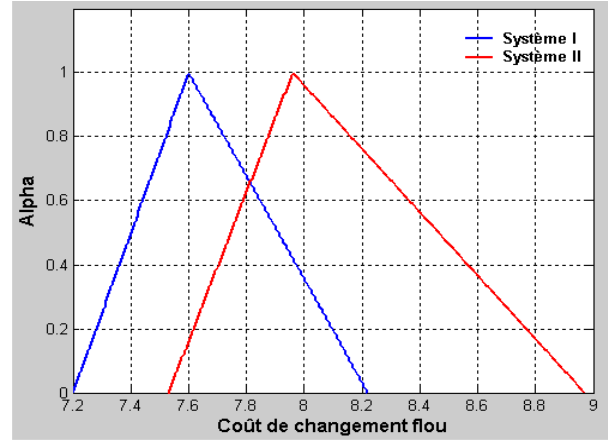
et on a pour le deuxième système dans le cas du calcul de la flexibilité sur le routage:

$$\begin{cases} cac_1(\alpha) = \text{Min}\{6pr(X_1') + 10pr(X_2') + 22pr(X_3') + 29pr(X_4')\} \\ cac_2(\alpha) = \text{Max}\{6pr(X_1') + 10pr(X_2') + 22pr(X_3') + 29pr(X_4')\} \end{cases} \quad (16)$$

sous les contraintes:

$$\begin{cases} pr(X_1') \in [0.05\alpha + 0.8; 0.9 - 0.05\alpha] \\ pr(X_2') \in [0.01\alpha + 0.05; 0.08 - 0.02\alpha] \\ pr(X_3') \in [0.01\alpha + 0.04; 0.07 - 0.02\alpha] \\ pr(X_4') \in [0.01\alpha + 0.03; 0.07 - 0.03\alpha] \\ pr(X_1') + pr(X_2') + pr(X_3') + pr(X_4') = 1 \end{cases} \quad (17)$$

Les coûts de changement flous représentés sur la figure 4 sont obtenus par la résolution de ces deux problèmes de la programmation linéaire.



**Figure 4. Représentation Graphique du Coût de Changement Flou Associé avec les Transitions des États pour les Deux Systèmes**

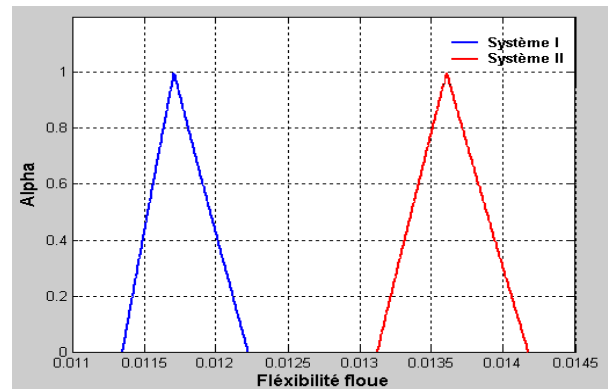
La flexibilité produit peut être déduite une fois les bornes des coupe- $\alpha$  du coût de changement sont obtenues pour les deux systèmes. L'intervalle  $\tilde{FI}[\alpha]$  correspondant est obtenu pour différentes valeurs de  $\alpha \in [0,1]$  dans le cas du premier système par:

$$\begin{cases} \tilde{f}_1(\alpha) = \text{Min}\left\{\frac{1}{cac} / cac \in [81.8 + 3.6\alpha; 88.1 - 3.3\alpha]\right\} \\ \tilde{f}_2(\alpha) = \text{Max}\left\{\frac{1}{cac} / cac \in [81.8 + 3.6\alpha; 88.1 - 3.3\alpha]\right\} \end{cases} \quad (18)$$

et pour le deuxième système par:

$$\begin{cases} \tilde{f}_1(\alpha) = \text{Min}\left\{\frac{1}{cac} / cac \in [70.55 + 2.95\alpha; 76.2 - 2.7\alpha]\right\} \\ \tilde{f}_2(\alpha) = \text{Max}\left\{\frac{1}{cac} / cac \in [70.55 + 2.95\alpha; 76.2 - 2.7\alpha]\right\} \end{cases} \quad (19)$$

Les courbes de la flexibilité de produit obtenues sont illustrées sur la figure 5.



**Figure 5. Représentation Graphique de la Flexibilité Floue de Produit pour les Deux Systèmes**

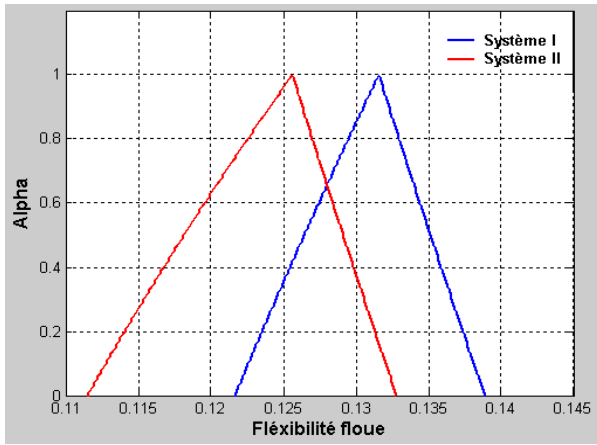
La flexibilité sur le routage du premier système est exprimée par l'ensemble des équations suivantes:

$$\begin{cases} f_{i_1}(\alpha) = \text{Min} \left\{ \frac{1}{cac} / cac \in [7.2 + 0.4\alpha; 8.22 - 0.62\alpha] \right\} \\ f_{i_2}(\alpha) = \text{Max} \left\{ \frac{1}{cac} / cac \in [7.2 + 0.4\alpha; 8.22 - 0.62\alpha] \right\} \end{cases} \quad (20)$$

En suivant la même méthodologie, on obtient pour le deuxième système:

$$\begin{cases} f_{i_1}(\alpha) = \text{Min} \left\{ \frac{1}{cac} / cac \in [7.53 + 0.43\alpha; 8.97 - 1.01\alpha] \right\} \\ f_{i_2}(\alpha) = \text{Max} \left\{ \frac{1}{cac} / cac \in [7.53 + 0.43\alpha; 8.97 - 1.01\alpha] \right\} \end{cases} \quad (21)$$

Les courbes de la flexibilité sur le routage obtenues sont illustrées sur la figure 6.



**Figure 6. Représentation Graphique de la Flexibilité Floue sur le Routage pour les Deux Systèmes**

Il est à noter que le coût de changement flou est un nombre flou triangulaire, ce qui n'est pas le cas pour la flexibilité floue qui est seulement de forme triangulaire à cause des opérations de division qui interviennent lors du calcul de ce paramètre [Klir et Yuan, 1995].

Le tableau 9 donne les coupes- $\alpha$  principales pour le coût de changement et la flexibilité produit, où  $\alpha=0$  correspond au plus grand intervalle d'incertitude et  $\alpha=1$  correspond à la formulation classique.

**Tableau 9. Coupes- $\alpha$  Principales Correspondantes aux Coût de Changement et Flexibilité de Produit des Deux Systèmes**

		Coupe- $\alpha=0$	Coupe- $\alpha=1$
Système I	$\tilde{C}\tilde{A}\tilde{C}$	[81.8;88.1]	85.4
	$\tilde{F}I$	[0.0113;0.0122]	0.0117
Système II	$\tilde{C}\tilde{A}\tilde{C}$	[70.55;76.2]	73.5
	$\tilde{F}I$	[0.0131;0.0142]	0.0136

Pour des valeurs arbitraires des intervalles [70.55;76.2] et [81.8;88.1] on a les inégalités suivantes: pour le coût de changement  $\tilde{C}\tilde{A}\tilde{C}_2 < \tilde{C}\tilde{A}\tilde{C}_1$  et inversement pour la flexibilité  $\tilde{F}I_1 < \tilde{F}I_2$ . Ce qui signifie que le deuxième système

est plus flexible en termes de la flexibilité de produit par rapport au premier système.

D'une façon similaire, le tableau 10 donne les coupes- $\alpha$  principales pour les deux paramètres, il est clair qu'on a un chevauchement entre les coupes- $\alpha=0$  des deux systèmes de production et une difficulté dans l'élaboration d'un ordre en terme de flexibilité sur le routage aura lieu.

**Tableau 10. Coupes- $\alpha$  Principales Correspondantes aux Coût de Changement et Flexibilité sur le routage des Deux Systèmes**

		Coupe- $\alpha=0$	Coupe- $\alpha=1$
Système I	$\tilde{C}\tilde{A}\tilde{C}$	[7.2;8.22]	7.6
	$\tilde{F}I$	[0.1216;0.1389]	0.1316
Système II	$\tilde{C}\tilde{A}\tilde{C}$	[7.53;8.97]	7.96
	$\tilde{F}I$	[0.1115;0.1328]	0.1256

Dans ce cas où on a un ordre partiel entre les valeurs des coupes- $\alpha$  des nombres flous obtenus, il est nécessaire d'opter pour des méthodes plus élaborées pour la comparaison des nombres flous [Detyniecki et Yager, 2001, Ramli et Mohamed, 2009, Nasser et Soharabi, 2010].

Il est clair qu'à partir de la figure 6 qu'une approximation triangulaire peut être utilisée sans perte significative de précision. L'exploitation de la méthode présentée dans [Yager, 1981] est souhaitable par rapport à celle de centre de gravité largement utilisée [Kasabov, 1998] pour les raisons suivantes:

- le calcul de l'intégrale est basé sur la représentation des intervalles coupe- $\alpha$ .
- de ce fait, la méthode est plus stable dans le sens que la présence de petits changements ne génère pas des discontinuités.

L'idée de base de la méthode consiste en le calcul d'un paramètre de caractérisation du nombre flou comme suit:

$$\text{Val}(\tilde{F}I) = \int_0^1 \text{Average}(\tilde{F}I[\alpha]) d\alpha \quad (22)$$

Avec une approximation triangulaire le terme intégrable peut être exprimé par:

$$\text{Average}(\tilde{F}I[\alpha]) = \frac{f_{i_1}(\alpha) + f_{i_2}(\alpha)}{2} \quad (23)$$

Le calcul de l'intégrale précédente donne pour le premier système:

$$\begin{aligned} \text{Val}(\tilde{F}I_1) &= \int_0^1 \left( \frac{(0.01\alpha + 0.1216) + (0.1389 - 0.0073\alpha)}{2} \right) d\alpha \quad (24) \\ &= 0.1309 \end{aligned}$$

et pour le deuxième système:

$$\begin{aligned} \text{Val}(\tilde{F}I_2) &= \int_0^1 \left( \frac{(0.0141\alpha + 0.1115) + (0.1328 - 0.0072\alpha)}{2} \right) d\alpha \quad (25) \\ &= 0.1238 \end{aligned}$$

Les valeurs obtenues reflètent l'inégalité  $\text{Val}(\tilde{F}I_2) < \text{Val}(\tilde{F}I_1)$ .

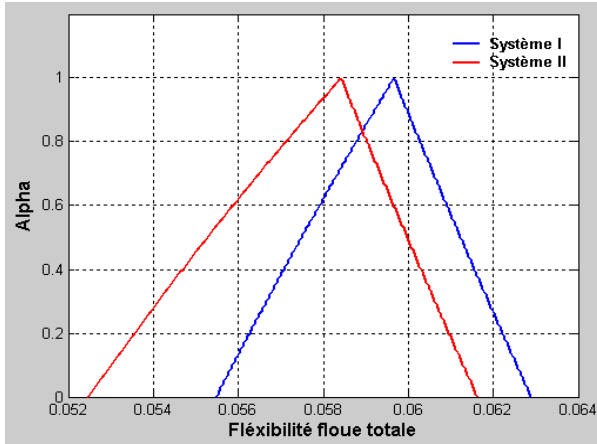
Ce qui signifie que le premier système est plus flexible en termes de la flexibilité sur le routage par rapport au deuxième système.

Si les plans futurs des deux systèmes de production visent à offrir plus d'importance aux décisions stratégiques (telle que

l'investissement à long terme), le poids de pondération associé à la flexibilité produit est favorisé en lui affectant une valeur supérieure:  $w_1=0.6$  et  $w_2=0.4$ . Alors, la flexibilité totale composée de 2 types de flexibilité (flexibilité produit et flexibilité sur le routage) est obtenue par le principe d'extension comme suit:

$$\begin{cases} \tilde{f}_{I_{tot1}}(\alpha) = 0.6\tilde{f}_{I_{11}}(\alpha) + 0.4\tilde{f}_{I_{21}}(\alpha) \\ \tilde{f}_{I_{tot2}}(\alpha) = 0.6\tilde{f}_{I_{12}}(\alpha) + 0.4\tilde{f}_{I_{22}}(\alpha) \end{cases} \quad (26)$$

La figure 7 donne l'allure générale de la flexibilité floue totale calculée pour les deux systèmes de production.



**Figure 7. Représentation Graphique de la Flexibilité Floue Totale Obtenue pour les Deux Systèmes**

Le tableau 11 donne les coupes- $\alpha$  principales pour la flexibilité totale obtenue, il existe toujours un chevauchement entre les coupes- $\alpha$  des deux systèmes de production, d'où la difficulté de la prise de décision concernant le choix du système ayant des performances supérieures en termes de la flexibilité totale définie comme étant la somme pondérée de la flexibilité produit et la flexibilité sur le routage.

**Tableau 11. Coupes- $\alpha$  Principales de la Flexibilité Floue Totale des Deux Systèmes**

			Coupe- $\alpha=0$	Coupe- $\alpha=1$
Système	I	$\tilde{F}_{I_{tot}}$	[0.0555;0.0629]	0.0596
	II	$\tilde{F}_{I_{tot}}$	[0.0524;0.0616]	0.0584

En appliquant la même méthodologie utilisée dans le cas de la flexibilité sur le routage on peut aboutir à l'élaboration d'un ordre entre les deux systèmes de production en termes de flexibilités floues totales obtenues. Le calcul des intégrales donne pour les deux systèmes les valeurs suivantes:

$$Val(\tilde{F}_{I_{tot1}}) = \int_0^1 \left( \frac{(0.004\alpha + 0.0555) + (0.0629 - 0.0033\alpha)}{2} \right) d\alpha \quad (27)$$

$$= 0.0594$$

$$Val(\tilde{F}_{I_{tot2}}) = \int_0^1 \left( \frac{(0.006\alpha + 0.0524) + (0.0616 - 0.0032\alpha)}{2} \right) d\alpha \quad (28)$$

$$= 0.0577$$

L'inégalité  $Val(\tilde{F}_{I_{2tot}}) < Val(\tilde{F}_{I_{1tot}})$  indique que les performances du premier système en terme de flexibilité totale sont nettement supérieure relativement au deuxième système. La modification des valeurs des coefficients de pondération  $w_i$

affecte également les valeurs obtenues ainsi que la solution à adopter par les décideurs face à une situation critique.

L'influence des coefficients de pondération sur la prise de décision peut être étudiée en se basant sur l'analyse de sensibilité, qui a pour objectif de déterminer l'impact d'une ou plusieurs variables d'entrée sur la variabilité de la sortie d'un modèle mathématique [Saltelli et al., 2004]. Le calcul des intégrales en fonction du coefficient de pondération pour les deux systèmes de production donne les expressions suivantes:

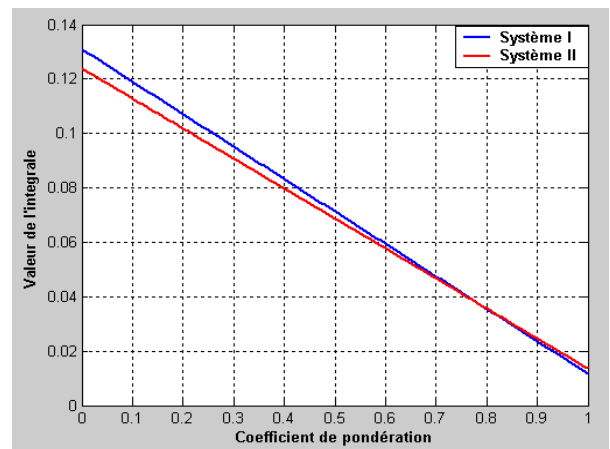
$$Val(\omega) = \int_0^1 [\omega(-0.1185 - 0.0014\alpha) + (0.0013\alpha + 0.1302)] d\alpha \quad (29)$$

$$= -0.1192\omega + 0.1309$$

$$Val(\omega) = \int_0^1 [\omega(-0.1085 - 0.0035\alpha) + (0.0034\alpha + 0.1221)] d\alpha \quad (30)$$

$$= -0.1102\omega + 0.1238$$

La figure 8 présente sous la forme de droite d'allure décroissante les résultats obtenue pour les deux systèmes de production.



**Figure 8. Variation des Valeurs de l'Intégrale Calculée pour les Deux Systèmes en Fonction du Coefficient de Pondération**

Comme attendu, une modification de la valeur du coefficient influe également sur le classement des deux systèmes de production en termes de flexibilité totale. Le choix du premier système est évident pour des valeurs de  $\omega \in [0; 0.7877]$ , tandis qu'on opte pour le choix du deuxième système dans le cas où  $\omega \in [0.7877; 1]$ . Il conviendra donc de s'assurer avant de fixer ces poids, que ceux-ci sont bien justifiée et répondent aux décisions stratégiques des plans futures de gestion pour les deux systèmes de productions.

## 5 CONCLUSION

La mesure de flexibilité des systèmes de production qui constitue un paramètre d'importance stratégique a été abordée dans ce travail. L'utilisation d'une approche probabiliste floue a permis de prendre en considération deux aspects d'imprécision traités auparavant comme étant indépendants. L'un des avantages de cette approche réside en l'introduction des coûts de changement dans le modèle dont le but est de quantifier l'amélioration dans la position financière de l'entreprise causée par l'investissement dans les leviers de la flexibilité. Les coefficients de pondérations permettent de modéliser les préférences des experts en termes de décision future. Une extension pour d'autres types de flexibilités est également envisageable pour contribuer à l'évaluation de la

flexibilité d'un système de production d'une façon fidèle et globale.

## 6 REFERENCES

- Riaz, S., (2009) The global financial crisis: an institutional theory analysis. *Critical Perspectives on International Business*, 5 (1/2), pp. 26-35.
- Arnold, P.J., (2009) Global financial crisis: the challenge to accounting research. *Accounting, Organizations and Society*, 34, pp. 803-809.
- Grossberg, K.A., (2009) Marketing in the great recession: an executive guide. *Strategy & Leadership*, 37(3), pp. 4-8.
- Beach, R., Muhlemann, A.P., Rice, D.H.R., Paterson, A., Sharp, J.A., (2000) A review of manufacturing flexibility. *European Journal of Operation Research*, 122, pp. 41-57.
- Beskese, A., Kahramann, C., Irani, Z., (2004) Quantification of flexibility in advanced manufacturing systems using fuzzy concept. *International Journal of Production Economics*, 89, pp. 45-56.
- Bertrand, J.W.M., Rutten, W.G.M.M., (1999) Evaluation of three planning procedures for the use of recipe flexibility. *European Journal of Operational Research*, 115(1), pp. 179-194.
- Thomas, C., (2003) Analyse de la flexibilité: le cas d'une unité de production d'aluminium. *Thèse de Doctorat ès Science* Institut National Polytechnique de Grenoble, France.
- Sethi, A.K., Sethi, S.P., (1990) Flexibility in manufacturing: a survey. *International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, 2, pp. 289-328.
- Brown, J., Dubois, D., Rathmill, K., Sethi, S.P., Steche, K.E., (1984) Classification of flexible manufacturing systems. *FMS Magazine*, pp. 114-117.
- Shewchuk, J.P., Moodie, C.L., (1998) Definition and classification of manufacturing of manufacturing flexibility types and measures. *International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, 10, pp. 325-349.
- Brill, P.H., Mandelbaum, M., (1990) Measurement of adaptivity and flexibility in production systems. *European Journal of operational research*, 49, pp. 325-332.
- Shuiabi, E., Thomson, V., Bhuiyan, N., (2005) Entropy as a measure of operational flexibility. *European Journal of Operational Research*, 165, pp. 696-707.
- Barad, M., Sipper, D., (1988) Flexibility in manufacturing systems: definition and Petri net modeling. *International Journal of Production Research*, 26, pp. 237-248.
- Tsinarakis, G.J., Tsourveloudis, N.C., Valvanis, K.P., (2005) Petri net modeling of routing and operation flexibility in production systems. *13<sup>th</sup> Mediterranean Conference on Control and Automation MED'05*, Limassol, Cyprus, 27-29 Juin.
- Tsourveloudis, N.C., Phillis, Y.A., (1998) Fuzzy assessment of machine flexibility. *IEEE Transactions on Engineering Management*, 45(1), pp. 78-87.
- Tsourveloudis, N.C., Phillis, Y.A., (1998) Manufacturing flexibility measurement: a fuzzy logic framework. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 14(4), pp. 513-524.
- Chryssolouris, G., (Eds.), (2006) Manufacturing systems: theory and practice, 2nd Ed., Mechanical Engineering Series, Springer: New York.
- Chryssolouris, G., (1996) Flexibility and its measurement. *Annals of the CIRP*, 45(2), pp. 581-587.
- Tüysüz, F., Kahraman, C., (2010) Modeling a flexible manufacturing cell using stochastic Petri nets with fuzzy parameters. *Expert Systems with Applications*, 37(5), pp. 3910-3920.
- Buckley, J.J., (Eds.), (2005) Fuzzy probabilities: new approaches and applications, Studies in Fuzziness and Soft Computing, Springer: Berlin.
- Buckley, J.J., (Eds.), (2004) Fuzzy probabilities and fuzzy sets in web planning, Studies in Fuzziness and Soft Computing, Springer: Berlin.
- Buckley, J.J., Reilly, K., Jowers, L., (2007) Simulating continuous fuzzy systems II. *Information Sciences*, 177, pp. 436-448.
- Buckley, J.J., Jowers, L., (Eds.), (2007) Monte Carlo methods using fuzzy random numbers, Studies in Fuzziness and Soft Computing, Springer: Berlin.
- Webster, R.J., (Eds.), (1994) Convexity, Oxford University Press: New York.
- Zhang, Y., (1995) Solving large-scale linear programs by interior-point methods under the MATLAB environment. *Technical Report TR96-01*, University of Maryland, USA.
- Renesas Solutions Corp., (Eds.), (2006) Semiconductor reliability handbook, Renesas Technology Corp: Tokyo.
- Bause, F., Kritzing, P.S., (Eds.), (2002) Stochastic Petri nets: an introduction to the theory, 2nd Ed., Vieweg: Dortmund.
- Rinne, H., (Eds.), (2009) The Weibull distribution a handbook, CRC Press: Florida.
- Taghelabet, A., (2006) Effet de la maintenance sur les coûts de non qualité: le cas de la laiterie des Aurès Batna 2002-2003 (en langue arabe). *Mémoire de Magister en Gestion* Université Hadj Lakhder de Batna, Algérie.
- DjabAllah, E., (2009) Rôle des coûts unitaires dans l'amélioration du rondement d'entreprise économique: le cas de l'entreprise nationale de peinture à Souk Ahrass (en langue arabe). *Mémoire de Magister en Gestion* Université Hadj Lakhder de Batna, Algérie.
- Klir, G.J., Yuan, B., (Eds.), (1995) Fuzzy sets and fuzzy logic: theory and applications, Prentice Hall: New Jersey.
- Detyniecki, M., Yager, R.R., (2001) Ranking fuzzy numbers using Alpha-weighted valuations. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 8(5), pp. 573-592.
- Ramli, N., Mohamad, D., (2009) Comparative analysis of centroid methods in ranking fuzzy numbers. *European Journal of Scientific Research*, 28(3), pp. 492-501.
- Nasseri, S.H., Soharabi, M., (2010) Ranking fuzzy numbers by using radius of gyration. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, 4(4), pp. 658-664.
- Yager, R.R., (1981) A procedure for ordering fuzzy subsets of the unit interval. *Information Sciences*, 24, pp. 143-161.
- Kasabov, N.K., (Eds.), (1998) Foundations of neural networks, fuzzy systems, and knowledge engineering, 2nd Ed., MIT Press: London.
- Saltelli, A., Tarantola, S., Campolongo, F., Ratto, M., (Eds.), (2004) Sensitivity analysis in practice: a guide to assessing scientific models, John Wiley and Sons: England.