

# CIGI 2011

## Prévisions journalières de séries temporelles saisonnères avec effets calendaires

JOËLLE BOUCHARD<sup>1,3</sup>, BENOIT MONTREUIL<sup>1,2,4</sup>

<sup>1</sup> CENTRE INTERUNIVERSITAIRE DE RECHERCHE SUR LES RÉSEAUX D'ENTREPRISE,  
LA LOGISTIQUE ET LE TRANSPORT (CIRRELT), UNIVERSITÉ LAVAL  
2325, RUE DE LA TERRASSE, PAVILLON PALASIS-PRINCE, QUÉBEC (QUÉBEC) CANADA G1V 0A6  
<sup>3</sup>JOELLE.BOUCHARD@CIRRELT.ULAVAL.CA

<sup>2</sup>CHAIRE DE RECHERCHE DU CANADA EN INGÉNIERIE D'ENTREPRISE,  
<sup>4</sup>BENOIT.MONTREUIL@CIRRELT.ULAVAL.CA

---

**Résumé** – Cet article introduit une méthode permettant d'élaborer des prévisions journalières de séries chronologiques saisonnières subissant l'effet de calendrier. La méthode proposée consiste à subdiviser un cycle telle une année de demande, en plusieurs saisons, chacune de celles-ci illustrant un comportement différent de la demande. Ces saisons reflètent l'influence d'une fête annuelle, une période de grand solde ou l'effet d'un mois particulier sur la demande pour un produit de consommation quelconque. Des résultats empiriques exploratoires démontrent un potentiel de performance prévisionnelle significativement supérieure à une extension journalière de la méthode Holt-Winters.

**Abstract** – This paper introduces a method for forecasting daily demand subject to calendar effects. The method consists in subdividing a cycle, for example a year of demand, in various seasons, each one affecting demand differently. These seasons reflect the influence of holidays, annual sales events or specific months on demand for specific consumer products. Exploratory empirical results demonstrate a potential for significantly superior forecasting performance as compared to a daily extension of the Holt-Winters method.

**Mots clés** – Prévision de la demande journalière, lissage exponentiel, Holt-Winters, effet de calendrier, saisonnalité.

**Keywords** – Daily demand forecasting, exponential smoothing, Holt-Winters, calendar effect, seasonality.

---

### 1 INTRODUCTION

La demande pour des produits de consommation est fortement influencée par les différentes fêtes annuelles qui surviennent au cours d'une année, telles les fêtes de Noël et de Pâques, pour n'en nommer que quelques-unes. L'union de ces événements affectant la demande est appelée l'effet de calendrier. Certaines de ces fêtes annuelles surviennent à des dates fixes d'année en année comme la fête de Noël. D'autres, sont célébrées à des dates variables au cours d'un mois fixe, comme la fête de l'Action de grâce ou encore la fête des Pères. Pâques, quant à elle, peut être célébrée à date variable au cours d'un mois variable, soit en mars ou avril d'une année.

Lors de l'élaboration de prévisions mensuelles sur des séries à saisonnalité mensuelle, comme la plupart des fêtes surviennent toujours le même mois, l'impact de la fête sur la demande est alors simplement confondu dans l'effet saisonnier associé au mois. Quant à la fête de Pâques, célébrée en mars ou en avril, certains auteurs comme Cleveland et Devlin [1982], choisissent plutôt d'ignorer cette fête dans leur modèle de prévision, considérant que son effet est négligeable sur la série chronologique. L'impact de ces fêtes, par contre, nécessite une attention particulière dans le cas de prévisions journalières. Dans de nombreux secteurs de l'activité économique, nommons notamment l'industrie du commerce de détail, la rapidité du processus décisionnel nécessite l'utilisation de

prévisions journalières fiables de plus en plus indispensables à la gestion efficace de leurs activités quotidiennes.

Cet article présente une méthode permettant d'élaborer des prévisions journalières en tenant adéquatement compte des différents événements spéciaux annuels. L'approche proposée consiste à subdiviser un cycle, telle une année, en diverses saisons. Chaque saison décrit un comportement différent du cycle. Ainsi une saison peut représenter un mois, une fête particulière ou encore une semaine de solde annuel, comme la période entre Noël et le jour de l'An. Un cycle contiendra alors autant de saisons qu'il y a de fluctuations périodiques influençant la demande. La méthode développée adapte la procédure d'initialisation des indices saisonniers définie par Nahmias [2005] dans l'utilisation du lissage exponentiel pour fin de prévisions. Les prévisions journalières sont obtenues à l'aide de la méthode de lissage exponentielle Bouchard-Montreuil (Méthode BM) [2009] adaptée de la méthode de Holt-Winters, qui permet d'ajuster les indices saisonniers à chacune des périodes en fonction de sa position dans la saison. Ainsi, avec la méthode BM, l'indice saisonnier du 3 septembre (3<sup>e</sup> position dans la saison) sera différent de l'indice du 15 septembre (15<sup>e</sup> position dans la saison). La méthode proposée permet de tenir adéquatement compte des effets de calendrier et, de ce fait, d'améliorer considérablement la précision des prévisions journalières.

L'article est structuré comme suit. La section 2 présente une brève revue de la littérature. La section 3 décrit la procédure d'identification des saisons et de calcul des indices saisonniers initiaux proposée. La section 4 explique la méthode de prévision Holt-Winters journalisée alors que la section 5 expose la méthode Bouchard-Montreuil (BM). Enfin, les sections 6 et 7 présentent respectivement les résultats obtenus et la conclusion.

## 2 REVUE DE LA LITTÉRATURE

La prise en compte des différents événements calendaires dans l'élaboration de prévisions retient d'abord l'attention de Young [1965]. Il est le premier à proposer une technique d'estimation des variations saisonnières en fonction du volume d'activité mensuel et du nombre de jours ouvrables dans un mois. Liu [1980] démontre l'impact de l'effet de calendrier sur la demande mensuelle et propose le couplage d'un modèle d'ajustement calendrier des séries chronologiques et d'un modèle de moyenne mobile intégrée autorégressive ARIMA [Box et Jenkins, 1970]. Bell et Hillmer [1981] utilisent des modèles de régression couplés aux modèles ARIMA pour décrire les effets de calendrier sur des séries mensuelles de nature économique. Cleveland et Devlin [1982] proposent une procédure en plusieurs étapes permettant de débarrasser une série mensuelle de sa tendance et des composantes saisonnières, et d'estimer les paramètres de calendrier par une méthode de régression.

Pour des fins de prévision journalière de la circulation routière, Cools *et al.* [2007] ont comparé trois méthodes classiques adaptées pour tenir compte des journées dans la semaine et des jours fériés : le lissage exponentiel Holt-Winters avec effet saisonnier multiplicatif, la moyenne mobile autorégressive (ARMA) [Box et Jenkins, 1970] et le modèle de Box et Tiao [1975] qui permet la prise en compte d'informations de nature qualitative dans la modélisation de séries chronologiques par l'utilisation de variables binaires dans les modèles SARIMA [Box et Jenkins, 1970]. Ils montrent que ce dernier performe mieux en termes d'erreur carrée moyenne et de pourcentage d'erreur absolue moyen. Taylor [2003] introduit une méthode de prévision par lissage exponentiel de type Holt-Winters mais avec double saisonnalité (semaine et demi-heure dans son exemple). Il montre que sa méthode performe mieux que la méthode Holt-Winters à simple saisonnalité (journalière ou hebdomadaire) ainsi que les méthodes autorégressives. Castro Souza *et al.* [2007] s'intéressent à la prévision journalière. Ils utilisent la méthode de Taylor [2003] avec double saisonnalité hebdomadaire et journalière. De manière à tenir compte des jours spéciaux, ils démontrent l'application d'une correction a posteriori aux prévisions obtenues basée sur le calcul d'un pourcentage de variations entre une journée type et une journée spéciale.

À notre connaissance, il n'existe pas à ce jour de méthode intégrant directement au modèle prévisionnel journalier à la fois les effets de calendrier, de semaine (lundi vs. vendredi) et de saison. Nous montrons en section 3 comment intégrer la modélisation de l'effet de calendrier à des méthodes de prévision journalière par lissage, tel que la méthode Holt-Winters journalisée et la méthode Bouchard-Montreuil [2009].

## 3 PROCÉDURE D'IDENTIFICATION DES SAISONS ET DE CALCUL DES INDICES SAISONNIERS INITIAUX

Le calcul des prévisions par des méthodes de lissage exponentiel comporte préalablement une phase d'initialisation qui permet de bâtir le modèle de prévision. Cette étape

demande une attention particulière puisqu'elle a un impact sur la précision des prévisions obtenues.

La méthode proposée par Nahmias [Nahmias, 2005] consiste à définir un indice saisonnier initial pour chaque saison d'un cycle, soit un indice saisonnier pour chaque mois d'une année, en considérant l'ensemble des demandes de la saison sans égard aux jours spéciaux. Cette façon de faire a pour effet, soit de sous-estimer, soit de surestimer la demande, selon l'impact de la fête sur celle-ci. Prenons à titre d'exemple la fête de l'Action de grâce. L'analyse de la demande, pour ce cas illustratif, démontre que le dimanche précédant cette fête de même que le jour de la fête subissent une augmentation notable de la demande. L'indice saisonnier pour la saison d'octobre, en considérant la demande totale du mois, est de 1,008, alors qu'il n'est que de 0,965 si on élimine les deux jours de fêtes de façon à neutraliser leur effet. La présence de ces deux jours spéciaux a pour effet de surestimer la demande pour tout le mois d'octobre, tel qu'observé à la Figure 1. On constate qu'en-dehors des deux jours spéciaux, la demande du mois d'octobre ne représente 96,5% d'une demande normale au lieu de 100,8%. Par ailleurs, en procédant de cette façon, lors du calcul des prévisions, le dimanche précédant l'Action de grâce et le jour même seront traités comme tous les autres jours d'octobre et un indice saisonnier initial de 1,008 sera utilisé. Il est alors facile d'imaginer l'écart entre la prévision et la demande réelle et la répercussion sur la valeur du pourcentage moyen de l'erreur absolue (MAPE) utilisé pour mesurer la précision de la prévision.

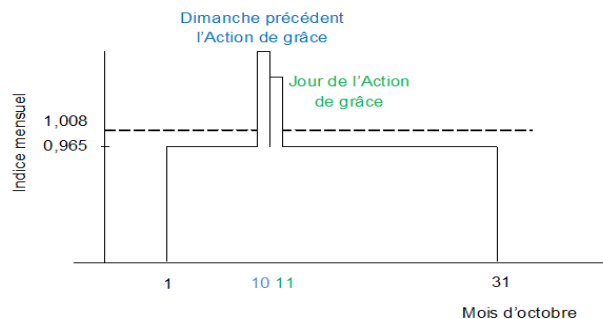


Figure 1. Effet des jours spéciaux sur la valeur de l'indice saisonnier d'octobre.

La Figure 2 illustre le cas d'une sous-estimation de la demande pour le mois de février occasionnée par la diminution de la demande observable le jour de la St-Valentin.

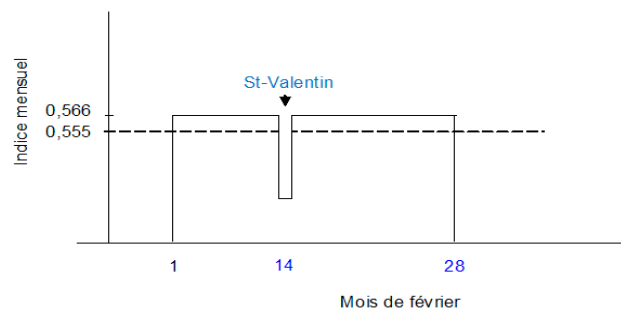


Figure 2. Effet de la St-Valentin sur la valeur de l'indice saisonnier de février

Certaines fêtes ont un effet réducteur de la demande alors que d'autres augmentent celle-ci de façon substantielle.

La partie qui suit présente d'abord la méthode d'identification des saisons puis la procédure de calcul des indices saisonniers initiaux adapté de la procédure d'initialisation proposée par Nahmias [2005]. L'identification consiste, sur la base d'une

analyse de la série temporelle, à identifier les différents comportements de la demande. Chacun de ces comportements sera alors considéré comme une saison particulière dans un cycle. Ainsi, une saison peut représenter un jour de fête, une semaine de solde ou encore un mois particulier. Le tableau 1 présente les différentes saisons considérées dans notre analyse.

**Tableau 1. Identification des saisons utilisées dans la procédure de calcul des indices saisonniers initiaux**

| Saisons originales | Saisons proposées                                      |
|--------------------|--|
| Janvier            | Janvier [1, 31]  |
| Février            | Février [1, 13]; [15, 28 (29)]                         |
| Mars               | St-Valentin [14 février]                               |
| Avril              | Mars sans Pâques (2010 : [1, 31])                      |
| Mai                | Pâques (2010 : [4 avril])                              |
| Juin               | Avril sans Pâques (2010 : [1, 3]; [5, 30])             |
| Juillet            | Mai sans fête des Mères (2010 : [1, 8]; [10, 31])      |
| Août               | Fêtes des Mères (2010 : [9 mai])                       |
| Septembre          | Juin sans fête des Pères (2010 : [1, 19]; [21, 30])    |
| Octobre            | Fêtes des Pères (2010 : 20 juin)                       |
| Novembre           | Juillet [1, 31]  |
| Décembre           | Août [1, 31]   |
|                    | Septembre [1, 30]                                      |
|                    | Octobre sans Action de grâce (2010 : [1, 9]; [12, 31]) |
|                    | Dimanche avant l'Action de grâce (2010 : [10 octobre]) |
|                    | Action de grâce (2010 : [11 octobre])                  |
|                    | Novembre [1, 30]                                       |
|                    | Décembre [1, 25]                                       |
|                    | «Boxing Day» [26 décembre]                             |
|                    | Solde après Noël [27, 31]                              |

Remarquons que la longueur d'une saison varie en fonction du nombre de périodes (jours) dans la saison. Ainsi, la saison Juillet sera de 31 périodes, la saison Fête des Mères sera d'une longueur d'une période et la saison Solde après Noël sera de 5 périodes. L'avantage de la démarche d'identification réside dans le fait que les saisons dédiées aux jours spéciaux sont indépendantes de la date où la fête survient. Ainsi, pour prévoir la demande de la fête de Pâques, on utilise l'indice saisonnier correspondant peu importe qu'elle se déroule en mars ou en avril. Avec la méthode de Holt-Winters, la prévision de la demande pour Pâques est plus problématique en raison des changements de mois.

Nous introduisons ici les indices, paramètres et intrants périodiques nécessaires à l'application de la procédure de calcul des indices saisonniers initiaux (P.C.I.S.I.). Puis, nous présentons les équations (1) à (6) d'estimation des indices saisonniers initiaux  $I_s$ .

Indices :

$s$  : saison,  $s = 1, 2, 3, \dots, m$

$y$  : cycle,  $y = 1, 2, \dots, \hat{y}$

Paramètres :

$\hat{y}$  : Nombre de cycles servant à l'initialisation du modèle

$R_s$  : Nombre de périodes dans une saison  $s$

$m$  : Nombre de saisons dans un cycle

$n$  : Nombre de cycles

Intrants périodiques :

$X_t$  : Demande journalière à la période  $t$ ;

$D_{s,y}$  : Demande de la saison  $s$  pour le cycle  $y$ ;

$D_y$  : Demande pour le cycle  $y$ ;

$\bar{D}_y$  : Demande saisonnière moyenne pour le cycle  $y$ ;

$T_0$  : Tendence initiale;

$I_{s,y}$  : Indice de la saison  $s$  pour le cycle  $y$ ;

$\bar{I}_s$  : Indice saisonnier moyen pour la saison  $s$ ;

$I_s$  : Indice saisonnier normalisé pour la saison  $s$ ;

$$D_{s,y} = \sum_{t=1}^{R_s} X_t \quad \text{pour } 1 \leq s \leq m, \quad \text{pour } 1 \leq y \leq \hat{y} \quad (1)$$

$$D_y = \sum_{s=1}^m D_{s,y} \quad (2)$$

$$T_0 = \frac{D_{\hat{y}} - D_1}{(\hat{y} - 1) \times m^2} \quad (3)$$

$$I_{s,y} = \left( \frac{D_{s,y}}{\bar{D}_y - \left[ \frac{(m+1)}{2} - s \right] \times T_0} \right) \times \frac{1}{R_s} \quad (4)$$

$$\bar{I}_s = \frac{\sum_{y=1}^{\hat{y}} I_{s,y}}{\hat{y}} \quad (5)$$

$$I_s = \frac{\bar{I}_s}{\sum_{s=1}^m \bar{I}_s} \times m \quad (6)$$

L'équation 1 permet de calculer la somme des demandes journalières pour chaque saison de la période d'initialisation du modèle de prévision alors que l'équation 2 permet d'évaluer la demande totale pour chacun de ces cycles. L'équation 3 présente la démarche de calcul de la tendance saisonnière initiale obtenue en divisant la tendance annuelle moyenne par le nombre de saisons. Cette tendance initiale est par la suite utilisée dans le calcul des indices saisonniers initiaux. L'équation 4 permet de compter un indice saisonnier pour chacune des saisons de la période d'initialisation. Ainsi, si trois cycles (années) sont utilisés pour bâtir le modèle de prévision et que 20 saisons ont été identifiées, l'équation 4 générera 60 valeurs d'indices saisonniers, soit trois indices pour chacune des saisons sur l'ensemble des cycles. Remarquons ici que l'indice saisonnier initial est indépendant du nombre de périodes dans la saison. L'équation 5 permet de calculer un indice saisonnier moyen pour chaque saison. Enfin, l'équation 6 permet de normaliser les valeurs des indices saisonniers afin de s'assurer que la moyenne de ces indices soit égale à 1.

#### 4 MODÈLE DE HOLT-WINTERS JOURNALISÉE

La méthode de Holt-Winter journalisée [Bouchard et Montreuil, 2009] est présentée ici. Les différents indices, paramètres, intrants périodiques et variables prévisionnelles sont introduits. Puis, nous présentons les équations (7) à (9) d'estimation des trois composantes structurelles de ce modèle, soit le niveau moyen désaisonnalisé  $S_t$ , la pente  $T_t$  et l'indice saisonnier  $I_t$ . Enfin, l'équation (10) formalise la prévision faite  $k$  périodes à l'avance.

Indices :

$t$  : période de temps

$k$  : nombre de périodes à l'avance pour lesquelles une prévision doit être obtenue

Paramètres :

$L$  : longueur du cycle saisonnier

$\alpha, \beta, \gamma$  : constantes de lissage

Intrants périodiques :

$X_t$  : valeur historique au temps  $t$  de la variable à prévoir

Variables prévisionnelles :

$S_t$  : estimation du niveau moyen désaisonnalisé pour la période  $t$

$T_t$  : estimation de la pente pour la période  $t$

$I_{s,t}$  : estimation de l'indice saisonnier journalisé à la période  $t$

$P_{t+k}$  : prévision pour la période  $t+k$

Estimation des composantes principales :

$$S_t = \alpha(X_t / I_{s,t-1}) + (1 - \alpha)(S_{t-1} + T_{t-1}) \quad (7)$$

$$T_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1} \quad (8)$$

$$I_{s,t} = \gamma(X_t / S_t) + (1 - \gamma)I_{s,t-1} \quad (9)$$

Prévision  $k$  périodes à l'avance :

$$P_{t+k} = (S_t + kT_t)I_{s_{t+k,t}} \quad (10)$$

## 5 MODÈLE DE PRÉVISION BOUCHARD-MONTREUIL (BM)

La méthode est une adaptation de la méthode Holt-Winters déterminant un indice saisonnier ajusté à chacune des périodes (jours) de la saison en fonction de sa position dans la saison plutôt que d'utiliser un indice saisonnier constant pour toutes les périodes d'une même saison.

La partie suivante présente la démarche d'ajustement des indices saisonniers périodiques, puis la méthode prévisionnelle. Nous introduisons, ci-après, les indices, paramètres et variables prévisionnelles supplémentaires requis par l'application de la méthode BM.

Indice additionnel :

$p$  : position de la période dans la saison

Paramètres additionnels :

$R_s$  : Nombre de périodes dans une saison  $s$

$D$  : Fraction transitionnelle amont ou aval d'une saison  
 $D = [0, 1/2]$

Variables prévisionnelles additionnelles :

$I_s^0$  : Indice saisonnier de début de la saison  $s$

$I_s^M$  : Indice saisonnier de milieu de saison  $s$

$I_s^F$  : Indice saisonnier de fin de saison  $s$

$I_{sp}$  : Indice saisonnier de la période  $p$  pour la saison  $s$

Estimation des indices de début, de milieu et de fin de saison  $s$

$$I_s^0 = 0,5(I_{s,t-1} + I_{s_t}) \quad (11)$$

$$I_s^F = 0,5(I_{s_t} + I_{s_{t+1}}) \quad (12)$$

$$I_s^M = \frac{\left(\frac{2}{D}I_{s_t} - I_s^0 - I_s^F\right)}{\left(\frac{2}{D} - 2\right)} \quad (13)$$

Estimation de l'indice saisonnier ajusté en fonction de sa position  $p$  dans la saison.

$$I_{sp} = \begin{cases} I_s^0 + \left(\frac{I_s^M - I_s^0}{[R_s \times D]}\right) \times (p-1) & \text{si } p \leq [R_s \times D] \\ I_s^M + \left(\frac{I_s^F - I_s^M}{[R_s \times D]}\right) \times [p - (R_s \times (1-D))] & \text{si } p \geq [R_s \times (1-D)] + 1 \\ I_s^M & \text{sinon} \end{cases} \quad (14)$$

Notons que les équations (11) à (14) ont été appliquées uniquement sur les saisons de plus de cinq périodes dans notre expérimentation afin d'avoir un nombre de périodes suffisamment grand pour que l'ajustement des indices en fonction de la position d'une période dans la saison soit significatif.

L'équation (7), représentant le niveau moyen désaisonnalisé  $S_t$  de la méthode de Holt-Winters décrite précédemment, est remplacée par l'équation (15) suite à l'ajustement périodique des indices saisonniers obtenu à l'aide de l'équation (14) selon la méthode Bouchard-Montreuil (BM).

$$S_t = \alpha(X_t / I_{sp}) + (1 - \alpha)(S_{t-1} + T_{t-1}) \quad (15)$$

La prévision obtenue grâce à l'équation (10) est aussi remplacée par l'équation (16) suivante :

$$P_{t+k} = (S_t + kT_t)I_{sp} \quad (16)$$

### 5.1 Séries chronologiques à double saisonnalité

On observe souvent en pratique des séries temporelles possédant une seconde saisonnalité au niveau non pas des saisons  $s$ , mais des périodes (jours)  $t$ . Ainsi, une série temporelle peut présenter une saisonnalité mensuelle sur l'année couplée à une saisonnalité journalière sur la semaine, différenciant, par exemple, la demande du lundi de celle du vendredi. En effet, le «Boxing day» est toujours célébré le 26 décembre mais pas toujours le même jour de la semaine. La demande durant le «Boxing day» subira donc une double influence soit celle de la saison et celle de la période. Le modèle BM adapté pour la prise en compte de cette double saisonnalité est présenté à l'aide des équations (17) à (20). On reconnaît les composantes structurelles du modèle de lissage exponentiel telles que le niveau moyen désaisonnalisé  $S_t$  (17), la pente  $T_t$  (18) et les indices saisonniers (19) et (20). On note que le calcul de la prévision, obtenu à l'aide de l'équation (21), prend en considération les deux saisonnalités des séries temporelles.

Paramètres additionnels :

$L_t$  : Longueur du cycle de saisonnalité périodique

$\delta$  : Constante de lissage de saisonnalité périodique;

Variable prévisionnelle additionnelle :

$B_t$  : estimation de l'indice de saisonnalité périodique pour la période  $t$ ;

$$S_t = \alpha(X_t / (B_{t-L_t} \times I_{sp})) + (1 - \alpha)(S_{t-1} + T_{t-1}) \quad (17)$$

$$T_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1} \quad (18)$$

$$B_t = \delta(X_t / (S_t \times I_{sp})) + (1 - \delta)B_{t-L_t} \quad (19)$$

$$I_t = \gamma(X_t / (S_t \times B_t)) + (1 - \gamma)I_{t-1} \quad (20)$$

La prévision :

$$P_{t+k} = (S_t + kT_t)I_{sp} \times B_{t+k,t} \quad (21)$$

La prochaine section présente les résultats obtenus suite à l'application de la méthode BM dans le cas de séries temporelles présentant une simple et une double saisonnalité.

## 6 RÉSULTATS

La partie suivante présente une comparaison des résultats obtenus en utilisant la méthode Holt-Winters journalisée et la méthode Bouchard-Montreuil. Tout d'abord, la liste des fêtes et le moment de leur célébration considérée dans notre analyse est présentée ci-dessous. Notons que cette liste est présentée à titre illustratif et peut être aisément modifiée par le prévisionniste en fonction de particularités régionales.

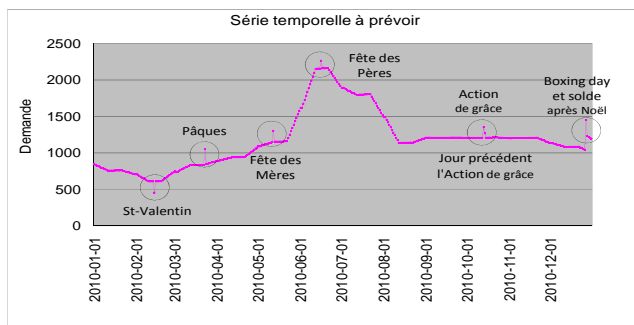
Fêtes à date fixe :

1. La St-Valentin célébrée le 14 février de chaque année,
2. Le «Boxing day» célébré le 26 décembre de chaque année,
3. La semaine de solde annuelle du 27 au 31 décembre de chaque année.

Fêtes à jour fixe et date variable:

1. La fête des Mères célébrée le deuxième dimanche de mai de chaque année,
2. La fêtes des Pères, célébrée le troisième dimanche de juin de chaque année,
3. Le dimanche précédant l'Action de grâce, dimanche précédant le deuxième lundi d'octobre,
4. La fête de l'Action de grâce, célébrée le deuxième lundi d'octobre de chaque année,
5. La fête de Pâques, célébrée entre le 23 mars et le 26 avril de chaque année.

Considérons, tout d'abord, telle qu'illustrée à la Figure 3, une série type présentant une tendance et une saisonnalité sans variabilité aléatoire, mais incluant les huit jours spéciaux énumérés précédemment. Les jours spéciaux sont facilement perceptibles par la présence de pics ascendants ou descendants illustrant l'effet réducteur ou d'augmentation de la demande.



**Figure 3. Demande pour un produit de consommation présentant une tendance, une saisonnalité et des jours spéciaux**

On note aussi que l'impact des jours spéciaux diffère selon la fête célébrée. Dans cet exemple illustratif, le lendemain de Noël est la fête ayant le plus d'impact positif sur la demande, alors que la fête de la St-Valentin présente une réduction de la demande observée comparativement à un jour normal de février. La saisonnalité mensuelle est aussi visible dans cet exemple, le comportement de la demande étant le même d'une année à l'autre. À titre indicatif, la demande en juin est plus importante que la demande en janvier. Ainsi, vingt saisons ont été considérées dans notre analyse. Les valeurs initiales des composantes structurelles, soit le niveau moyen désaisonnalisé  $S_t$ , la pente  $T_t$  ont été obtenues grâce à une procédure d'initialisation définie par Nahmias [2005]. Les indices saisonniers  $I_s$  sont normalisés et mis à jour à chaque période  $t$ .

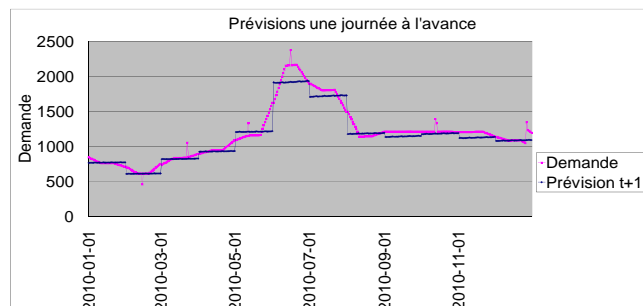
Les séries temporelles utilisées pour tester la méthode permettant de considérer les effets de calendrier dans l'élaboration de prévisions journalières ont été générées à l'aide d'une application développée grâce à Microsoft Excel et à Microsoft Visual Basic 6.3. Les séries générées comportent cinq années de demandes journalières. Les trois premières années de données ont servi à construire le modèle de prévision alors que les deux dernières années ont permis de le tester. La mesure d'erreur de prévision utilisée pour comparer le résultat des comparaisons entre les méthodes Holt-Winter et BM est le pourcentage moyen des erreurs absolues (MAPE). Les constantes de lissage ont aussi été obtenues à l'aide d'une application développée grâce à Microsoft Excel et Microsoft Visual Basic 6.3. De façon pragmatique, cette application est une procédure itérative qui calcule la valeur du MAPE en fonction de différentes valeurs des constantes de lissage définies dans un intervalle variant de 0,001 à 0,025. La procédure retient les valeurs des constantes de lissage qui minimisent le MAPE. On observe que les constantes de lissage retenues sont relativement faibles et, de ce fait, le lissage exponentiel tient significativement compte du passé lointain de la série chronologique. Notons aussi que la constante de lissage correspondant aux saisonnalités diffère selon le type de saison. Ainsi, pour une saisonnalité associée à un jour spécial, la valeur de la constante de lissage  $\gamma^*$  est plus élevée et se situe autour de 0,3 afin d'améliorer la réactivité aux changements dans la saison étant donné que l'événement ne revient qu'une fois par cycle.

La partie qui suit présente les résultats des tests effectués à l'aide des deux méthodes de prévision citées plus haut. Les prévisions de demande ont été effectuées sur quatre types de séries chronologiques, soit les séries présentant :

- a. une tendance et une saisonnalité sans variabilité aléatoire avec jours spéciaux;
- b. une tendance et une saisonnalité avec variabilité aléatoire et jours spéciaux;
- c. une tendance et une double saisonnalité, des jours spéciaux sans variabilité aléatoire;
- d. une tendance et une double saisonnalité, des jours spéciaux avec variabilité aléatoire.

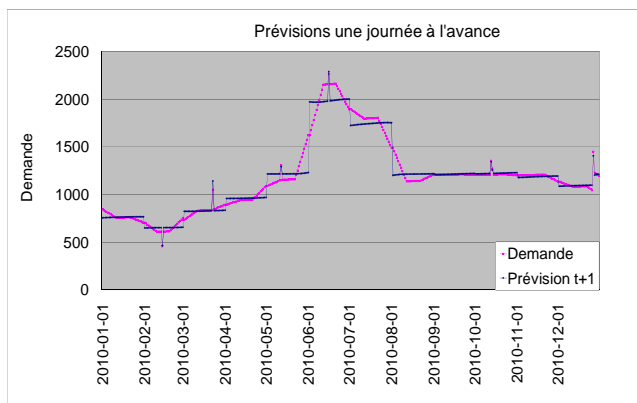
### a. Séries présentant une tendance, une saisonnalité sans variabilité aléatoire avec jours spéciaux

La Figure 4, présente les prévisions journalières obtenues à l'aide de la méthode Holt-Winters journalisée et utilisant la méthode d'initialisation proposée par Nahmias [2007]. À la lumière de la Figure 4, il ne fait aucun doute, que le fait de considérer une journée de fête survenant toujours le même mois comme un effet saisonnier, ne permet pas de prévoir adéquatement la demande journalière de ces événements particuliers.



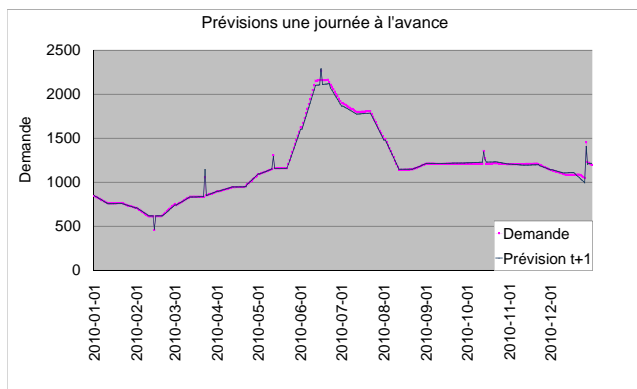
**Figure 4. Prévision en utilisant la méthode de Holt-Winters traditionnelle ( $\alpha = 0,001$ ;  $\beta = 0,011$ ;  $\gamma = 0,003$ )**

La Figure 5 illustre une comparaison de la demande réelle et des prévisions obtenues une journée à l'avance en utilisant la méthode de Holt-Winters journalisée, couplée à la procédure d'identification des saisons et de calcul indices saisonniers initiaux proposée au point 3. La démarche proposée de subdiviser les cycles en plusieurs saisons de façon à isoler les effets des différents comportements de la demande permet une amélioration notable par rapport aux résultats présentés à la Figure 4.



**Figure 5. Prédiction utilisant la méthode de Holt-Winters et le calcul des indices saisonniers initiaux proposé ( $\alpha = 0,005$ ;  $\beta = 0,005$ ;  $\gamma = 0,001$ ;  $\gamma^* = 0,3$ )**

La Figure 6 montre le résultat de la comparaison entre la demande réelle et la prévision une journée à l'avance suite à l'utilisation de la méthode BM. En comparant les résultats des figures 5 et 6, on peut mieux comprendre la méthode d'ajustement des indices saisonniers en fonction de la position de la période dans la saison. Cette approche permet de corriger l'uniformité indicielle durant la saison de la méthode de Holt-Winters. En pratique, la demande ne tombe ou ne monte pas d'un seul coup lorsqu'on passe du dernier jour d'un mois au premier jour du mois suivant. Il y a plutôt une transition lissée d'un mois à l'autre. L'utilisation du même indice saisonnier à chaque période d'une saison introduit inévitablement dans un tel cas une source d'erreur. La méthode BM permet donc de corriger ce biais.



**Figure 6. Prédiction utilisant la méthode Bouchard-Montreuil et le calcul des indices saisonniers initiaux proposé ( $\alpha = 0,005$ ;  $\beta = 0,005$ ;  $\gamma = 0,001$ ;  $\gamma^* = 0,3$ )**

Le tableau 2 suivant présente l'amélioration de la précision obtenue dans les calculs des prévisions journalières selon les méthodes choisies.

**Tableau 2. Comparaison des erreurs de prévision selon la méthode utilisée**

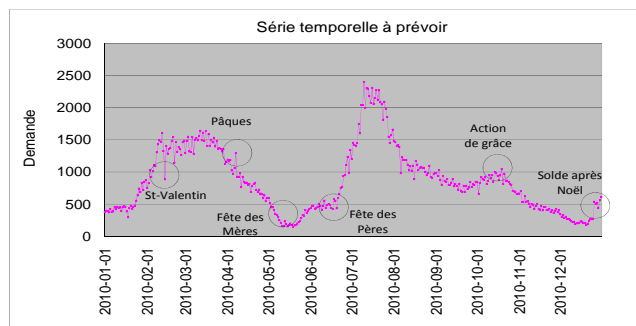
| MÉTHODES                           | MAPE t+1 | Amélioration |
|------------------------------------|----------|--------------|
| Holt-Winters journalisée           | 5,71%    |              |
| Holt-Winters et (P.C.I.S.I.)       | 4,61%    | 19,26%       |
| Bouchard-Montreuil et (P.C.I.S.I.) | 1,41%    | 68,76%       |

La procédure d'initialisation des indices saisonniers initiaux (P.C.I.S.I.) permet d'améliorer la méthode Holt-Winters de 19,26% par rapport à la méthode Holt-Winters journalisée. Par ailleurs, la méthode BM couplée à la procédure proposée réduit la valeur du MAPE de 68,76% par rapport à Holt-Winters et (P.C.I.S.I.).

**b. Séries présentant une tendance, une saisonnalité avec variabilité aléatoire et jours**

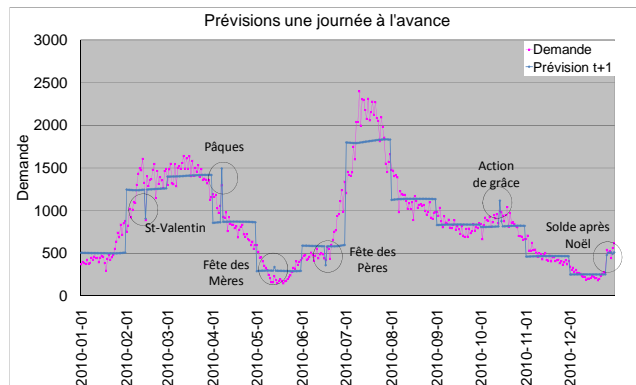
Notons que la composante de variabilité aléatoire est distribuée normalement. Le coefficient de variation utilisé pour générer la variabilité aléatoire varie d'une série chronologique à l'autre selon un ordre de grandeur allant de 0,01 à 0,5.

La Figure 7, montre la série temporelle utilisée pour fins de comparaisons. Visuellement, la présence de variations aléatoires permet plus difficilement de distinguer un jour de fête d'un jour normal. La variabilité vient parfois atténuer l'effet d'une fête sur la demande. On peut l'observer pour les fêtes de Mères et des Pères ou encore l'Action de grâce. Les jours de fêtes ont été identifiés afin de faciliter la comparaison avec les prévisions.



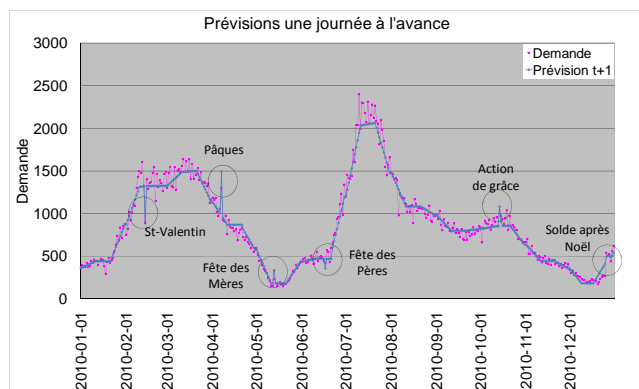
**Figure 7. Série type présentant une tendance, une saisonnalité, des jours spéciaux et des variations irrégulières.**

Les prévisions obtenues à l'aide de la méthode de Holt-Winters journalisée et la méthode BM avec utilisation de P.C.I.S.I. sont respectivement présentés aux figures 8 et 9.



**Figure 8. Prédiction utilisant la méthode Holt-Winters et le calcul des indices saisonniers initiaux proposé ( $\alpha = 0,004$ ;  $\beta = 0,004$ ;  $\gamma = 0,001$ ;  $\gamma^* = 0,3$ )**

En raison de la composante de variabilité aléatoire, la demande est plus légèrement plus difficile à prévoir. La fête de la St-Valentin de même que le «Boxing day» et la semaine de solde après Noël ont plutôt bien prévus alors que la fête de Pâques a été surestimée.



**Figure 9. Prédiction utilisant la méthode BM et P.C.I.S.I. ( $\alpha = 0,004$ ;  $\beta = 0,004$ ;  $\gamma = 0,001$ ;  $\gamma^* = 0,3$ )**

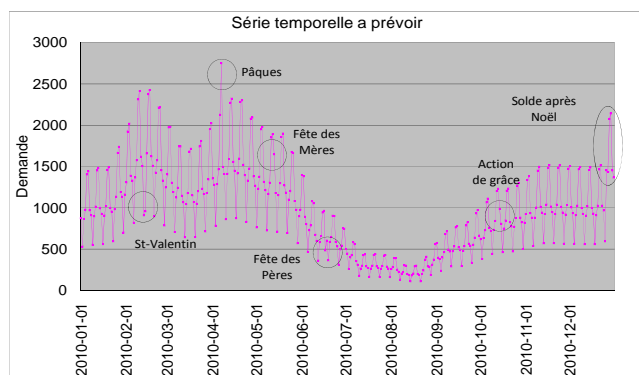
Le pourcentage moyen de l'erreur absolu MAPE est par le fait même augmenté et atteint 17,68% pour la méthode Holt-Winters journalisée. Le MAPE est de 8,01% pour la méthode BM soit une amélioration de la précision de 54,69% tel qu'observé au Tableau 3.

**Tableau 3. Comparaison de la précision des prévisions pour séries du type b.**

| MÉTHODES                           | MAPE t+1 | Amélioration |
|------------------------------------|----------|--------------|
| Holt-Winters et (P.C.I.S.I.)       | 17,68%   |              |
| Bouchard-Montreuil et (P.C.I.S.I.) | 8,01%    | 54,69%       |

**c. Séries présentant une tendance et une double saisonnalité, des jours spéciaux sans variabilité aléatoire**

La Figure 10 présente un exemple de séries chronologiques de ce type.

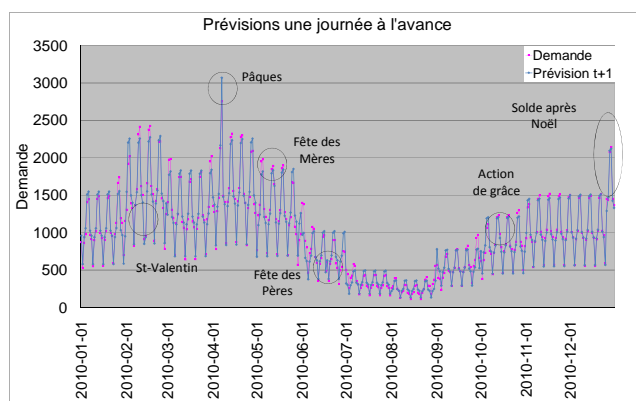


**Figure 10. Série type présentant une tendance, une double saisonnalité, des jours spéciaux sans des variations irrégulières.**

La Figure 11 montre la prévision obtenue à l'aide des méthodes Holt-Winters. La Figure 12 présente quant à elle les prévisions à l'aide de la méthode BM avec double saisonnalité obtenues par l'application des équations (17) à (20).

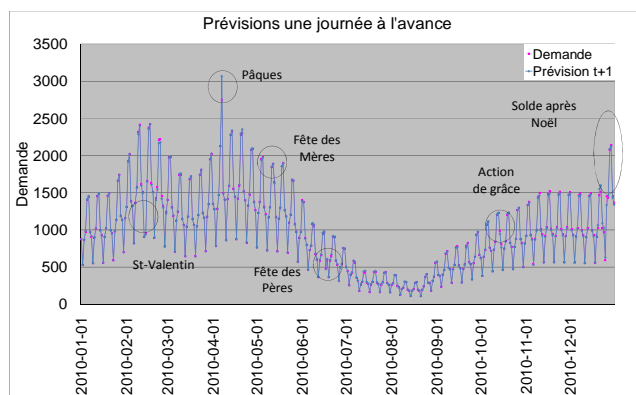
Bien que les différentes fêtes considérées dans notre analyse aient été identifiées à la Figure 10, la présence de la double saisonnalité les rend moins perceptibles. Les fêtes de la St-Valentin, des Mères, des Pères et l'Action de grâce sont confondues à travers les autres périodes du cycle et leur impact devient presque négligeable sur la demande. Il demeure

toutefois essentiel de bien prévoir la demande future pour ces jours spéciaux.



**Figure 11. Prédiction utilisant la méthode Holt-Winters et le calcul des indices saisonniers initiaux proposés ( $\alpha = 0,001$ ;  $\beta = 0,02$ ;  $\gamma = 0,009$ ;  $\gamma^* = 0,3$ ;  $\delta = 0,01$ )**

En comparant la série temporelle et la prévision une journée à l'avance à la Figure 11, on doit convenir que la méthode Holt-Winters et P.C.I.S.I. donne, somme toute, de bons résultats. Le pourcentage moyen des erreurs absolu est de 9,01%. Les prévisions utilisant la méthode BM et P.C.I.S.I. sont présentées à la Figure 12.



**Figure 12. Prédiction utilisant la méthode BM et P.C.I.S.I. proposé ( $\alpha = 0,001$ ;  $\beta = 0,02$ ;  $\gamma = 0,009$ ;  $\gamma^* = 0,3$ ;  $\delta = 0,01$ )**

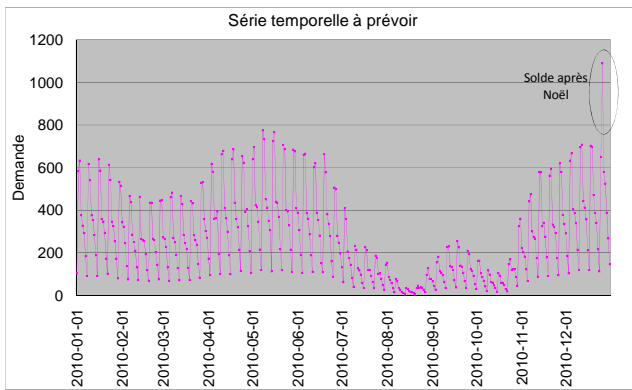
Tel qu'affiché au tableau 4, la méthode BM améliore la précision de la prévision de l'ordre de 80,02% passant de 9,01% pour Holt-Winters à 1,80% pour la méthode BM.

**Tableau 4. Comparaison des erreurs de prévision selon la méthode utilisée**

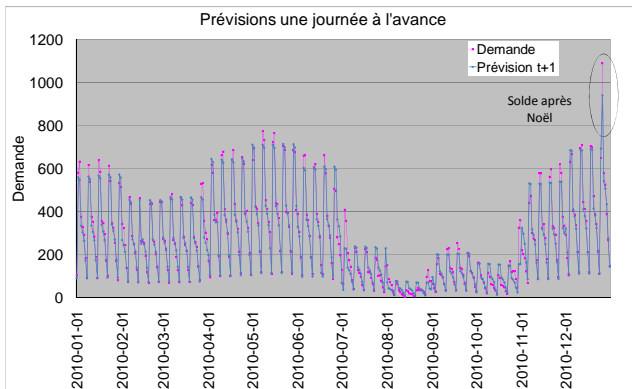
| MÉTHODES                           | MAPE t+1 | Amélioration |
|------------------------------------|----------|--------------|
| Holt-Winters et (P.C.I.S.I.)       | 9,01%    |              |
| Bouchard-Montreuil et (P.C.I.S.I.) | 1,80%    | 80,02%       |

**d. Séries présentant une tendance et une double saisonnalité, des jours spéciaux avec variabilité aléatoire**

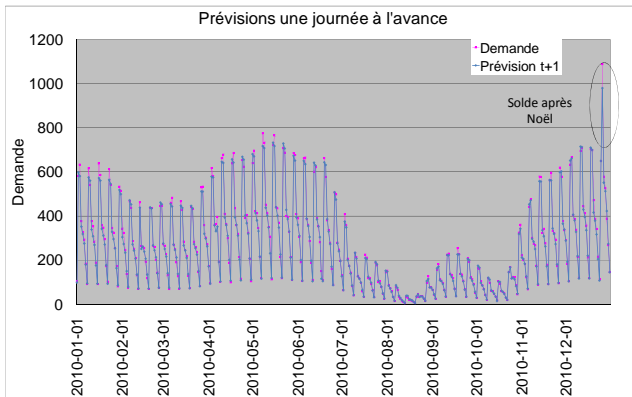
La Figure 13 présente une série temporelle de ce type. Tel qu'observé à la Figure 10, les jours spéciaux de la série illustrée à la Figure 13 sont confondus à travers la double saisonnalité et la variabilité aléatoire. Seul le «Boxing day» et la semaine de solde après Noël sont facilement identifiables. Comparons tout de même les prévisions obtenues à l'aide des méthodes Holt-Winters et BM. Les prévisions à l'aide des méthodes testées sont illustrées aux figures 14 et 15.



**Figure 13. Série type présentant une tendance, une double saisonnalité, des jours spéciaux avec des variations irrégulières.**



**Figure 14. Prévision utilisant la méthode Holt-Winters et le calcul des indices saisonniers initiaux proposé ( $\alpha = 0,007$ ;  $\beta = 0,001$ ;  $\gamma = 0,006$ ;  $\gamma^* = 0,3$ ;  $\delta = 0,01$ )**



**Figure 15. Prévision utilisant la méthode BM et le calcul des indices saisonniers initiaux proposé ( $\alpha = 0,007$ ;  $\beta = 0,001$ ;  $\gamma = 0,006$ ;  $\gamma^* = 0,3$ ;  $\delta = 0,01$ )**

La méthode BM couplée à la procédure d'initialisation des indices saisonniers initiaux, même en présence de variabilité aléatoire permet de mieux prévoir la demande future que la méthode Holt-Winters (voir tableau 5). Le MAPE est de 4,89% comparativement à 16,85% pour la méthode Holt-Winters journalisée soit une amélioration de 70,98%.

**Tableau 5. Comparaison des erreurs de prévision selon la méthode utilisée**

| MÉTHODES                          | MAPE t+1 | Amélioration |
|-----------------------------------|----------|--------------|
| Holt-Winters et (P.C.L.S.I)       | 16,85%   |              |
| Bouchard-Montreuil et (P.C.L.S.I) | 4,89%    | 70,98%       |

L'utilisation de la méthode BM et la procédure d'initialisation proposée a donné de meilleures prévisions dans tous les tests effectués.

## 7 CONCLUSION

La méthode d'initialisation des indices saisonniers initiaux présentée dans cet article a été développée dans le but de tenir adéquatement compte de l'effet des jours spéciaux dans l'élaboration des prévisions sur des séries temporelles. La procédure consiste à subdiviser un cycle en autant de saisons qu'il y a de comportements différents sur la demande. Chaque saison est alors estimée à l'aide d'un indice initial utilisé dans l'application de méthodes de lissage exponentiel. Les résultats démontrent une nette amélioration des prévisions obtenues en comparant deux méthodes. L'approche proposée n'est pas restrictive aux jours spéciaux. Les événements sportifs ou culturels ou tout autre facteur exogène influençant la demande pourraient être considéré dans l'application de la méthode. La facilité d'utilisation de la méthode et la qualité des prévisions obtenues la rend particulièrement attrayante.

## 8 REMERCIEMENTS

Les auteurs tiennent à remercier la Chaire de recherche du Canada en ingénierie d'entreprise pour leur soutien.

## 9 RÉFÉRENCES

- Bell, W. R., Hillmer, S. C., (1983) Modeling Time Series With Calendar Variation. *Journal of the American Statistical Association*, 78 (383), pp. 526-534.
- Box, G.E. and Tiao, G.C. (1975), "Intervention analysis with applications to economic and environmental problems", *J. of the American Statistical Association*, 70, pp. 70-79.
- Bouchard J., Montreuil B., «Méthode de prévision journalière de séries temporelles saisonnières.» Actes de congrès du 8<sup>e</sup> Congrès international de génie industriel – 10-12 juin 2009 – Bagnères de Bigorre (France).
- Box, G., Jenkins, G., (1970) *Time Series Analysis: Forecasting and control*. San Francisco: Holden-Day.
- Castro Sousa, R., Barros, M., de Miranda, C. V., (2007) Short Term Load Forecasting Using Double Seasonal Exponential Smoothing and Interventions to Account for Holidays and Temperature Effects. *Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro*.
- Cleveland, W. P., Devlin, S. J., (1982) Calendar effects in Monthly Time Series : Modeling and Adjustment. *J. of the American Statistical Association*, 77(379), pp. 520-528.
- Cools, M., Moons, E., Wets, G., (2007) Investigating Effect of Holidays on Daily Traffic Counts: Time Series approach. *J. of the Transportation Research Board*, No. 2019, pp. 22-31.
- Holt, C. C., (1957) Forecasting trends and seasonal by exponentially weighted averages. *Carnegie Institute of Technology, Pittsburg, ONR memorandum no 51*.
- Liu, L., Analysis of time series with calendar effects. *Management Sc.*, 26, pp. 106-112.
- Nahmias, S., (2005) *Production and Operations Analysis*. 5<sup>th</sup> edition, McGraw-Hill Irwin.
- Taylor, J. W., (2003) Short-term electricity demand forecasting using double seasonal exponential smoothing. *Journal of the Operational Research Society*, 54, pp. 799-805.
- Young, A. H., (1965) Estimating trading-day variation in monthly economic time series, Paper 12, Bureau of Census.
- Winters, P. R., (1960) Forecasting sales by exponentially weighted moving averages. *Mgmt Sc.*, 6, pp. 324-342.