

CIGI 2011

L'intégration de l'incertitude dans la gestion des stocks de pièces de rechange

NOUHA GHORBEL¹, LUMINITA DUTA², SID-ALI ADDOUCHE¹, ABDERRAHMAN EL MHAMED¹

¹ Equipe MGSI – Université de Paris8 / LISMMA
140, rue de la nouvelle France, 93100 Montreuil, FRANCE
nouhaghorbel@yahoo.fr , addouche@iut.univ-paris8.fr , a.elmhamed@iut.univ-paris8.fr

² Université Valahia de Targoviste, Equipe SSAI
24, Rue Unirii, Targoviste, ROUMANIE
duta@valahia.ro

Résumé - Depuis que la phase de fin de vie des systèmes devient de plus en plus profitable les contraintes législatives en matière d'environnement se renforcent, le besoin d'optimiser les processus de désassemblage et les pièces recyclées. Dans ce sens, peu de travaux traitent de l'intégration des PRR dans les modèles économiques de gestion de stocks. Afin de contribuer à faciliter la gestion des stocks de PR, nous proposons un modèle probabiliste formalisé par un réseau Bayésien (RB). Le modèle permet d'indiquer les meilleures politiques d'achat des PR. Plus précisément, il permet de choisir les meilleures proportions de pièces de rechange neuves (PRN) et PRR en prenant en compte les critères traditionnels de gestion des stocks et de la disponibilité des PRR sur le marché. La modélisation et la résolution de ce problème donne un outil d'aide à la décision pour les industriels qui s'intéressent à la fois, à la réduction des coûts de stocks de PR et à la garantie d'une disponibilité minimale en milieu incertain.

Abstract – The environment legislative constraints and the need to optimize the dismantling process and the recycled parts are reinforced since the systems end-of-life phase becomes increasingly profitable. There are few works that treat recycled spare parts integration problem in economic models of inventory control. In order to facilitate the inventory control of spare parts, we propose a probabilistic model formalized by a Bayesian network. The model is used to identify the best purchase policy. More precisely, it allows choosing the best proportions between new spare parts (PRN) and recycled spare parts (PRR) by taking into account the traditional criteria of inventory control and the availability of the spare parts on the market. The proposed method provides a decision-making tool for manufacturers who are interested both in reducing the costs of stocks and guaranteeing a minimal availability in an uncertain environment.

Mots clés – Gestion des stocks, réseaux bayésiens, aide à la décision, modélisation, recyclage.

Keywords – Inventory control, bayesian networks, decision support, modeling, recycling.

1 INTRODUCTION

Depuis plusieurs années, la phase de fin de vie des systèmes prend une importance croissante tant en phase de conception qu'en gestion des flux en passant par l'industrialisation. Cela est dû au renforcement des contraintes législatives en matière d'environnement d'une part et des perspectives économiques offertes par la revalorisation des produits issus du désassemblage d'autre part. Souvent, la réutilisation des composants issus de systèmes en fin de vie permette aux fournisseurs de proposer des pièces 50% à 75% moins chères que des pièces neuves [Sakara, 2005].

Traditionnellement, on distingue quatre catégories d'activités de revalorisation associées à trois destinations de fin de vie :

- *Le recyclage fonctionnel* qui consiste à réutiliser un produit dans un autre système en cours d'exploitation (exemple d'un alternateur électrique d'un moteur thermique),
- *Le recyclage matière* qui permet de réutiliser la matière d'un produit après sa transformation (recyclage des plastiques comme les PP, PEMD, PET,...),

- *Le recyclage énergétique* qui consiste à utiliser les produits pour produire de l'énergie (huiles usagées comme combustible complémentaire pour les cimenteries),

- *Le conditionnement pour la mise en décharge* qui respecte un certain nombre de contraintes environnementales (les déchets issus des procédés d'incinération).

La prise de conscience des industriels de l'opportunité de tirer profit du recyclage des systèmes en fin de vie, a permis la création d'un marché des pièces de rechange recyclées (PRR) [Bijl *et al*, 2000]. Ce marché est caractérisé par la grande difficulté d'anticiper la disponibilité des pièces de rechange (PR) puisqu'elles dépendent évidemment des disponibilités des systèmes en fin de vie.

Peu de travaux traitent de l'intégration des PRR dans les modèles économiques de gestion de stocks. Afin de contribuer à faciliter la gestion des stocks de PR, nous proposons un modèle probabiliste formalisé par un réseau Bayésien (RB). Le modèle permet d'indiquer les meilleures politiques d'achat des PR. Plus précisément, il permet de choisir les meilleures proportions de pièces de rechange neuves (PRN) et PRR en prenant en compte les critères traditionnels de gestion des

stocks et de la disponibilité des PRR sur le marché. La modélisation et la résolution de ce problème donne un outil d'aide à la décision pour les industriels qui s'intéressent à la fois, à la réduction des coûts de stocks de PR et à la garantie d'une disponibilité minimale.

Dans les paragraphes qui suivent, on dresse d'abord un état de l'art de la problématique traitée dans la littérature, on rappelle le contexte d'application de notre modèle et certaines notions théorétiques et on décrit la méthode pour résoudre cette problématique et son application sur un cas générique.

2 ETAT DEL'ART

Nombreux travaux traitent la problématique des PR, mais il n'y a que peu qui tiennent compte de l'incertitude que l'on a sur les variables de gestion des stocks comme les travaux de [Tiwari et al., 2002] et [Gupta et al., 2005]. M. Godichaud [Godichaud et al., 2008] propose une utilisation originale de l'outil de Réseaux Bayésiens pour l'évaluation des filières de valorisation de produits à désassembler en présence d'incertitudes. Cette incertitude concerne principalement les exigences en produit issus de processus de désassemblages et les arrivées de produits en fin de vie. H. Alami [Alami, 2009] traite le problème de la détermination du lot économique des PR à produire en tenant compte des différentes phases de cycle de vie du produit.

Selon notre point de vue, la problématique de la PR induit 3 champs de recherche : le champ du dimensionnement des PR dans la gestion des stocks de l'entreprise, le champ de la prévision des besoins en PR sous incertitude et le champ d'architecture et formalismes des outils prédictifs d'aide à la gestion des stocks de PR. Dans la section suivante seront présentées les références de notre revue de littérature les plus significatives quant aux trois champs. Il sera mis l'accent sur les outils probabilistes graphiques que sont les RB pour le troisième champ.

2.1 Gestion de stock des pièces de rechange

La gestion des PR est une gestion de stock particulière qui pose des nombreux problèmes spécifiques. Le recours à un traitement informatique en l'intégrant au progiciel de l'entreprise est incontournable. Le choix de celui-ci peut être alors rendu plus difficile.

On peut gérer les PR avec les autres produits que gère déjà l'entreprise (produits semi-finis, matières premières, consommables, ...). Dans ce cadre, la gestion des PR rencontrent plusieurs problèmes dont nous allons citer les deux principaux: le problème de dimensionnement de la taille du lot économique de PRN et à reconditionner qui peut satisfaire la demande et le problème d'allocation des ressources vers les équipements de maintenance [Pimor and Fender, 2008]. Dans notre travail on s'intéresse seulement au premier type de problème en ajoutant la dimension probabiliste.

2.1.1 Problème de dimensionnement de pièces de rechange

La gestion des pièces de rechange est une gestion prévisionnelle des stocks d'approvisionnement. En conception, l'analyse de la gestion des pièces de rechange se porte sur leurs niveaux de maintenance en fonction des critères du coût de

cycle de vie, de l'efficacité et la disponibilité¹ que l'on s'est donné. Pour chaque pièce de rechange, on devra par exemple se demander si elle doit être réparable ou non et à quel niveau. En exploitation de matériels, il est question plutôt d'analyser les tâches de maintenance à effectuer à un niveau donné, le nombre des pièces nécessaires et leur quantité à conserver en stock (eg. seuil de sécurité) [Boulaksil et al, 2009] & [Basten et al, 2010]. Les fournisseurs d'équipements proposent des listes de constitution de lots de rechanges initiaux mais souvent le dimensionnement n'est pas adéquat [Topan et al, 2010].

Ainsi, l'enjeu le plus important dans le dimensionnement des pièces de rechange dans les ateliers de maintenance reste de faire correspondre le modèle de prévision des niveaux des stocks de pièces de rechange aux réalités de l'entreprise et à sa dynamique. Cela peut devenir particulièrement difficile dans certains secteurs comme celui de l'aéronautique. En fait, dans ce domaine, nous avons des ateliers mobiles d'entretien qui nécessitent des interventions parfois imprévisibles ou des remplacements sur plusieurs sites selon un calendrier prédéfini. De plus, les coûts unitaires des PR sont particulièrement élevés. A. Alali et Al. dans [Alaili et Paris, 2008] ont traité ces problèmes dans le but d'améliorer la disponibilité des sites de production et de réduire au minimum le nombre des échecs et les coûts d'entretien. Pour atteindre ce but, ils ont proposé une modélisation modulaire des activités de maintenance dans une structure multi-site par le biais des réseaux de Petri. Dans ce travail ils prennent en considération les PRN. Il n'y pas donc d'incertitude supplémentaire comme la disponibilité ou le coût des PRR.

2.2 L'incertitude dans la gestion des pièces de rechange

Theresa J. Barker dans sa thèse [Barker, 2010] a traité le problème lié à l'incertitude dans la gestion des PRR. Selon elle, les producteurs sont obligés d'intégrer la logistique inverse dans leur chaîne d'approvisionnement par la législation gouvernementale. En plus, la récupération des PRR protège l'environnement d'une part et engendre des profits économiques d'autre part. Elle explique en quoi la logistique inverse rajoute de la complexité aux techniques de gestion des pièces de rechange classiques, dans la mesure où elle induit des niveaux plus élevés de l'incertitude de la quantité, la fréquence et la qualité de produit retourné. Son travail a présenté un modèle de décision flexible et général qui intègre des décisions de conception détaillées et de haut niveau.

Cette problématique a été traitée aussi par M. Godichaud dans sa thèse [Godichaud, 2010]. Il a proposé une approche de modélisation pour optimiser les décisions en désassemblages en présence d'incertitudes notamment sur les demandes en produit issus du désassemblage et sur les arrivées de systèmes en fin de vie desquels la pièce de rechange sera extraite. Il préconise ainsi des destinations fin de vie et des niveaux de désassemblage à travers sa prévision des stocks de PRR. Il ne considère cependant pas le coût.

A l'opposé, A. Alami traite le même problème d'incertitude sur la disponibilité de PRR par une approche économique [Alami, 2009]. Il propose un système d'équations différentielles qui permet d'intégrer :

- la détermination du prix,

¹ Il s'agit uniquement de la disponibilité intrinsèque.

- la détermination du nombre de PRN ou usagées, respectivement, à fabriquer ou à reconditionner,
- et la détermination de la longueur de la garantie à consentir sur un composant de produit que fabrique l'entreprise.

Sa méthode de résolution est basée sur le principe du maximum de Pontryagin, qui lui permet de résoudre le modèle mathématique et de fournir le rapport pièces de rechange neuves et pièces de rechange recyclées (PRN/PRR).

Le formalisme d'Alami n'a malheureusement pas d'effet mémoire. Il s'agit d'un outil de résolution instantané et considère, de ce fait, que l'on fasse séquentiellement le calcul du besoin en pièce de rechange au grès et au hasard du marché de la PR.

2.3 Le Réseau Bayésien et l'incertitude dans la gestion de stocks de maintenance

Depuis plusieurs années, la gestion de stock de maintenance n'est plus limitée à la seule vision classique des anciennes méthodes de calcul comme celle de GMAO et EOQ [Pimor et Fender, 2008]. En outre, les méthodes utilisées le plus couramment pour rationaliser les décisions relatives à la gestion des stocks de maintenance sont des méthodes essentiellement quantitatives de type RCM (*Reliability Centered Maintenance* : Maintenance Basée sur la Fiabilité) [Verzea et al, 2004] qui ne recourent pas aux modèles théoriques [Suhner et al, 2004]. Cependant, l'application de ces méthodes conduit à des arbres ou des réseaux de grande taille dès que la complexité des processus étudiés augmente surtout avec l'intégration des variables incertaines dans le modèle.

Alors, pour assurer l'optimisation des besoins dans les services de maintenance dans une entreprise, il est nécessaire d'améliorer les performances globales du système de gestion, de son ergonomie et des ressources nécessaires. L'objectif, rappelons-le, reste toujours de dégager des bénéfices en optimisant l'utilisation des pièces de rechange dans les services de maintenance. Les choix de conception et de maintenance ont plus que jamais, des impacts sur le coût global, la disponibilité, la sécurité et la qualité des processus. Nous concernant, l'objectif est d'assurer pendant la phase d'exploitation, la disponibilité des pièces de rechange au sein des services de maintenance et de déterminer la combinaison des alternatives de coûts qui donne le meilleur compromis entre : PRN et PRR.

Dans le domaine de la sûreté de fonctionnement, des travaux récents fondés sur une modélisation de processus industriels à partir de la théorie des RB ont été développés. Les articles de [Godichaud et al, 2010] démontrent la pertinence de l'utilisation des RB dans le cas des processus industriels en présence d'incertitudes et font l'inventaire des travaux publiés en la matière.

En ajoutant aux RB des nœuds spécifiques tels que des nœuds d'utilité et des nœuds de décision, nous pouvons associer des coûts à des décisions en intégrant les variables incertaines. Cette modélisation, décrite par Jensen [Jensen, 2001], correspond aux concepts de Diagramme d'Influence (DI).

Les DI sont des modèles sous forme de graphes. Tenant compte de plusieurs scénarios (décisions), un DI permet d'évaluer l'impact des décisions sur les coûts et les variables (certaines et incertaines) représentant le processus. L'ouvrage de [Clemen et al., 2001] présente les diagrammes d'influence en parallèle avec les arbres de décision. Ces deux méthodes sont comparables d'un point de vue calcul, mais la représentation par DI est plus compacte et plus facilement applicable aux problèmes de décision de grande taille.

3 RAPPEL SUR LE RESEAU BAYESIEN (RB)

Les RB sont des réseaux probabilistes basés sur la théorie de graphes. Les nœuds représentent les variables du système et les arcs qui les relient indiquent la dépendance ou les liens de cause à effet entre ces variables. Les variables sont définies, en général, de manière discrète grâce à une partition de plusieurs états. Les RB sont des graphes orientés sans circuit. Ils sont employés pour représenter la connaissance incertaine [Jensen, 1996].

Un RB est défini comme une paire $G = ((N, E), T)$

où (N, E) représente le graphe orienté ;
 N est un ensemble de nœuds ;
 E est un ensemble d'arcs orientés $E \subseteq N \times N$ décrivant les dépendances entre des nœuds ;

T décrit l'ensemble des Tables de Probabilités Conditionnelles (TPC) qui détermine quantitativement la dépendance entre les variables. Dans le cadre de ce travail, les nœuds du RB représentent des variables aléatoires discrètes.

Une variable aléatoire discrète est modélisée par un nœud $n_i \in N$ ayant un nombre fini d'états mutuellement exclusifs, définis dans un espace d'état S :

$$S_{n_i} = \{s_{i_1}^{n_i}, \dots, s_{i_k}^{n_i}, \dots, s_{i_K}^{n_i}\} \quad (1)$$

Le vecteur P_{n_i} représente la distribution de probabilité sur l'ensemble des états.

$$P_{n_i} = \{p_{i_1}^{n_i}, \dots, p_{i_k}^{n_i}, \dots, p_{i_K}^{n_i}\}, \quad p_k^{n_i} \geq 0 \text{ et } \sum_{k=1}^K p_k^{n_i} = 1 \quad (2)$$

où $p_k^{n_i}$ est la probabilité que n_i soit dans l'état $s_k^{n_i}$ définie par la formule [3].

$$p_k^{n_i} = \Pr(n_i = s_k^{n_i}) \quad (3)$$

Dans le RB de la Figure 1, les nœuds n_i et n_j sont liés par un arc orienté. Les nœuds n_i et n_j sont respectivement définis sur les états $S_{n_i} = \{s_{i_1}^{n_i}, \dots, s_{i_k}^{n_i}, \dots, s_{i_K}^{n_i}\}$ et $S_{n_j} = \{s_{j_1}^{n_j}, \dots, s_{j_L}^{n_j}, \dots, s_{j_L}^{n_j}\}$.

Si $(n_i, n_j) \in E$, alors $(n_j, n_i) \notin E$ et n_i est appelé *le parent* de n_j . L'ensemble des parents du nœud n_j est noté $\pi(n_j)$. Dans le RB de la Figure 1, $\pi(n_i) = \emptyset$, n_i est alors appelé un *nœud racine*.

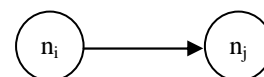


Figure 1. Exemple de Réseau Bayésien

Dans la paire G, une TPC est associée à chaque nœud de l'ensemble N. La TPC détermine les dépendances entre les différents états des variables aléatoires par des probabilités conditionnelles. Pour chaque nœud, ces probabilités peuvent être définies soit par jugement d'experts, soit par apprentissage. Une table de probabilités est aussi associée au nœud racine n_i (Tableau 1). Ce tableau est obtenu à partir de la distribution des probabilités sur chaque état de n_i

Tableau 1. Les probabilités associée au nœud n_i

n_i	$s_i^{n_i}$	$\Pr(n_i = s_i^{n_i})$

	$s_k^{n_i}$	$\Pr(n_i = s_k^{n_i})$

La TPC de j n est obtenue à partir de la distribution des probabilités sur chaque état de j n connaissant les états du nœud parent n_i (Tableau 2).

Tableau 2. Les probabilités conditionnelles

n_j		$s_j^{n_j}$...	$s_k^{n_j}$
n_i	$s_i^{n_i}$	$\Pr(n_j = s_j^{n_j} n_i = s_i^{n_i})$...	$\Pr(n_j = s_k^{n_j} n_i = s_i^{n_i})$

	$s_k^{n_i}$	$\Pr(n_j = s_j^{n_j} n_i = s_k^{n_i})$...	$\Pr(n_j = s_k^{n_j} n_i = s_k^{n_i})$

Dans cet article, nous ne décrivons pas les différents algorithmes existants. Aussi, nous invitons le lecteur à consulter l'article de [Huang and Dawiche, 1996] pour la description des mécanismes d'inférence des RB. De manière simple, il est possible de calculer par le théorème des probabilités totales, les probabilités marginales du nœud n_j à partir de la distribution de probabilité de ses parents :

$$\Pr(n_j = s_j^{n_j}) = \Pr(n_j = s_j^{n_j} | n_i = s_i^{n_i}) \Pr(n_i = s_i^{n_i}) + \Pr(n_j = s_j^{n_j} | n_i = s_k^{n_i}) \Pr(n_i = s_k^{n_i})$$

Il est également possible de réaliser l'opération inverse grâce au théorème de Bayes :

$$\Pr(n_i = s_i^{n_i} | n_j = s_j^{n_j}) = \frac{\Pr(n_i = s_i^{n_i}) \Pr(n_j = s_j^{n_j} | n_i = s_i^{n_i})}{\Pr(n_j = s_j^{n_j})}$$

L'avantage des RB réside dans le calcul des distributions de probabilité sur chaque état des variables selon les observations d'événements. De cette façon, l'inférence permet de calculer les probabilités associées aux différents états d'un nœud, connaissant les états d'une ou de plusieurs autres variables.

Les connaissances sont formalisées par des évidences. Une évidence correspond à une instanciation d'une variable aléatoire qui se traduit dans le RB par la certitude qu'un nœud $n_i \in N$ se trouve dans un état donné parmi les états possibles

Cette évidence est appelée « *hard evidence* ». Cependant, il est possible d'introduire des connaissances incertaines issues par plusieurs observations, ou d'une confiance variable sur une observation et nous parlons alors de « *soft evidence* » comme le décrit l'article de [Valtorta *et al.*, 2002]. Si aucune évidence n'est pas disponible, le calcul est fondé sur les probabilités *a priori*.

Mais, si une ou plusieurs évidences sont connues, les calculs les prennent en compte. Il est alors possible d'estimer les impacts d'une variable aléatoire sur d'autres variables du processus par inférence du RB.

4 CONTEXTE D'APPLICATION

Nous nous plaçons dans un contexte de prévision des stocks de PR sur la base de données précises, consistantes mais incertaines (voir pour les aspects de données imparfaites les travaux de [Smets et al. 1993] et [Masson, 2005]). L'horizon de planification est décomposé en périodes et le pilotage consiste à déterminer à la fin de chaque période les proportions des quantités de PRN et PRR à acheter en fonction de la nature des pièces de rechange demandées (neuves ou recyclées), des délais d'approvisionnement et des prix d'achat. L'objectif du modèle que nous proposons est de déterminer une politique d'approvisionnement en pièce de rechange pour une seule gamme de produit et pour chaque période de l'horizon de planification.

Nous faisons les hypothèses suivantes :

- le service de maintenance accepte introduire les PRR dans les machines à entretenir
- la disponibilité est continue pour les deux types de pièces de rechange (neuves et recyclées) pendant l'horizon choisi
- les prix augmentent et baissent en fonction de cette disponibilité.

L'objectif de la planification est alors de déterminer la meilleure combinaison possible entre l'achat des PRN et PRR sur chaque période en fonction des niveaux des stocks tout en assurant un coût d'acquisition minimum.

Pour cela, les éléments suivants sont pris en compte :

- Le niveau du stock initial en PRN,
- Le niveau de stock initial en PRR,
- Le coût d'acquisition exigé par le gestionnaire du stock.

L'approche que nous proposons dans cette communication permet de prendre en compte les incertitudes sur la nature de la demande des pièces de rechange, sur la fluctuation des prix d'achats des pièces en fonction de la disponibilité et sur les délais d'approvisionnement. Ces incertitudes sont caractérisées par des distributions de probabilité pour chaque période de l'horizon de planification.

Les notations que nous utilisons dans la modélisation de la planification par les RB sont les suivants :

- L'horizon de planification est décomposé en T périodes notées t ,
- Le stock initial est composé de deux sortes de pièces de rechange, celles neuves notées $S_{i(PR_N)}$, et celles recyclées notées $S_{i(PRR)}$,
- La demande en PRN notées D_{PR_N} et celle en PRR notées D_{PRR} ,
- Le délai d'approvisionnement pour les PRN noté A_{PR_N} , et celui pour les PRR noté A_{PRR} ,
- Le prix du marché des PRN noté P_{PR_N} et celui des PRR noté P_{PRR} ,
- La quantité à acheter en PRN notée X_{PR_N} et celle en PRR notée X_{PRR} ,

Le stock final (à la fin de la période t) composé de PRN noté $S_{t+1(PR\text{N})}$ et des PRR $S_{t+1(P\text{RR})}$.

5 MODELISATION

Nous présentons dans cette partie une démarche de modélisation de la planification d'approvisionnement des PRN et PRR en fonction du niveau de stock initial et des paramètres incertains.

L'objectif est de déterminer la combinaison du stock optimale des deux types de pièces pour une seule gamme du produit dans le contexte précisé dans le paragraphe précédent.

Les variables du modèle sont les suivants :

- $S_{i(PR\text{N})}$: quantité des PRN en stock au début de la période t ; elle prend ses valeurs dans $S_{i(PR\text{N})}=[0, \dots, s, \dots, S_{i(PR\text{N})\text{max}}]$;
- $S_{i(P\text{RR})}$: quantité des PRR en stock au début de la période t ; elle prend ses valeurs dans $S_{i(P\text{RR})}=[0, \dots, s, \dots, S_{i(P\text{RR})\text{max}}]$;
- $S_{i(PR\text{N})} + S_{i(P\text{RR})} = S_{i\text{Total}}$
- $X_{PR\text{N}}$: quantité de PRN à acheter sur la période t ; c'est une variable de décision prenant ses valeurs dans $X_{PR\text{N}}=[0, \dots, x, \dots, X_{\text{max}}]$;
- $X_{P\text{RR}}$: quantité de PRR à acheter sur la période t ; c'est une variable de décision prenant ses valeurs dans $X_{P\text{RR}}=[0, \dots, x, \dots, X_{\text{max}}]$;
- $D_{PR\text{N}}$: demande en PRN sur la période t ; elle prend ses valeurs dans $D_{PR\text{N}}=[0, \dots, d, \dots, D_{(PR\text{N})\text{max}}]$;
- $D_{P\text{RR}}$: demande en PRR sur la période t ; elle prend ses valeurs dans $D_{P\text{RR}}=[0, \dots, d, \dots, D_{(P\text{RR})\text{max}}]$;
- $A_{PR\text{N}}$: le délai d'approvisionnement de PRN sur la période t. Il prend ses valeurs dans $A_{PR\text{N}}=[t, t+1]$;
- $A_{P\text{RR}}$: le délai d'approvisionnement de PRR sur la période t. Il prend ses valeurs dans $A_{P\text{RR}}=[t, t+1]$;
- $P_{PR\text{N}}$: le prix d'achat sur le marché des PRN. Il prend ses valeurs dans $P_{PR\text{N}}=[P_{\text{min}}, \dots, p, \dots, P_{(PR\text{N})\text{max}}]$;
- $P_{P\text{RR}}$: le prix d'achat sur le marché des PRR. Il prend ses valeurs dans $P_{P\text{RR}}=[P_{\text{min}}, \dots, p, \dots, P_{(P\text{RR})\text{max}}]$;
- $S_{(t+1)(PR\text{N})}$: quantité des PRN en stock à la fin de la période t ; elle prend ses valeurs dans $S_{(t+1)(PR\text{N})}=[0, \dots, s, \dots, S_{(t+1)(PR\text{N})\text{max}}]$;
- $S_{(t+1)(P\text{RR})}$: quantité des PRR en stock à la fin de la période t ; elle prend ses valeurs dans $S_{(t+1)(P\text{RR})}=[0, \dots, s, \dots, S_{(t+1)(P\text{RR})\text{max}}]$;

Nous allons regrouper nos variables incertaines de la manière suivante :

Pour la demande en pièces de rechange, on considère le rapport : $D_{PR} = D_{P\text{RR}}/D_{PR\text{N}}$;

Nous allons distinguer trois cas de figures :

- Si $D_{PR} < 1$: le gestionnaire de stocks à tendance à acheter des PRN ;
- Si $D_{PR} = 1$: égalité de demande entre PRN et PRR ;
- Si $D_{PR} > 1$: le gestionnaire a tendance à acheter des PRR.

Pour les prix d'achat des pièces de rechange, on considère le rapport : $P_{PR} = P_{PR\text{N}}/P_{P\text{RR}}$; nous distinguons quatre cas de figures :

- Si $P_{PR} < 1$: donc le prix de $P_{PR\text{N}}$ est faible. Ça encourage l'achat des $P_{PR\text{N}}$;
- Si $P_{PR} = 1$: le même prix est appliqué pour les $P_{PR\text{N}}$ et les $P_{P\text{RR}}$;
- Si $1 < P_{PR} < 2$: ce qui est logique. Dans ce cas, le gestionnaire a tendance à avoir la meilleure combinaison entre les $P_{PR\text{N}}$ et les $P_{P\text{RR}}$.
- Si $P_{PR} \geq 2$: le prix des PRN est trop chère. Ça encourage l'achat des $P_{P\text{RR}}$.

Pour les délais d'approvisionnement, nous allons considérer la soustraction : $A = \text{délai prévu} - \text{délai réelle}$.

Nous distinguerons deux cas de figures :

- Si $A \geq 0$: pas de rupture de stock de PR ;
- Si $A < 0$: Possibilité d'être en rupture de stock.

Nous allons par la suite, calculer la quantité économique de PRN et PRR à achetée. Pour cela, nous utilisons le modèle suivant pour les PRN :

$$X_{PR\text{N}} = d_{PR\text{N}}(i + A_{PR\text{N}}) + Z_{PR\text{N}} * \sigma_{d(PR\text{N})} * \sqrt{(i + A_{PR\text{N}})} - S_{0(PR\text{N})}$$

Avec :

$d_{PR\text{N}}$: taux de consommation moyenne de PRN.

i : durée de l'intervalle.

$A_{PR\text{N}}$: délai d'approvisionnement pour les PRN.

$Z_{PR\text{N}}$: facteur correspondant au niveau de service désiré.

$\sigma_{d(PR\text{N})}$: écart-type de la demande durant une unité de temps.

$S_{0(PR\text{N})}$: Stock initial en PRN au moment de la commande.

Pour trouver les quantités économiques à acheter en PRR, nous allons adopter le modèle suivant :

$$X_{P\text{RR}} = d_{P\text{RR}}(i + A_{P\text{RR}}) + Z_{P\text{RR}} * \sigma_{d(P\text{RR})} * \sqrt{(i + A_{P\text{RR}})} - S_{0(P\text{RR})}$$

Avec :

$d_{P\text{RR}}$: taux de consommation moyenne de PRR

i : durée de l'intervalle

$A_{P\text{RR}}$: délai d'approvisionnement pour les PRR

$Z_{P\text{RR}}$: facteur correspondant au niveau de service désiré

$\sigma_{d(P\text{RR})}$: écart-type de la demande durant une unité de temps

$S_{0(P\text{RR})}$: Stock initial en PRR au moment de la commande

La représentation graphique du module de base est définie sur la Figure 2. Elle modélise la politique d'approvisionnement d'une gamme de pièces de rechange. Ce module peut être utilisé pour toutes autres gammes de pièces de rechange. Le modèle ainsi construit permet l'évaluation des combinaisons des pièces de rechange possibles dans le problème d'optimisation.

Nous détaillons maintenant le paramétrage des différents nœuds en précisant la signification des arcs de la Fig. 2.

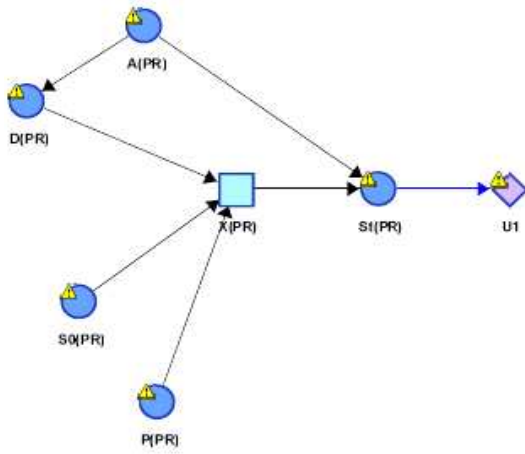


Figure 2. Politique d'approvisionnement d'une gamme de pièce de rechange

La demande en PRN et PRR est modélisé par les variables $D_{t(PRN)}$ et $D_{t(PRR)}$ sur chaque pas de temps ou période de planification. Elles caractérisent le nombre de pièces de rechange neuves et recyclées sur chaque période dont l'incertitude est représentée par une distribution de probabilité sur D_{PRN} et D_{PRR} . La loi de probabilité suivie par D_{PRN} et D_{PRR} peut être quelconque et estimée par expérience de l'utilisateur. Si cette loi est continue, il est préférable de la discrétiser pour obtenir la forme d'une table de probabilité (voir tableaux 1 et 2). Dans cet exemple, les variables D_{PRN} et D_{PRR} ne dépendent d'aucune autre variable du réseau et la distribution de probabilité associée peut être constante ou variable sur chaque période

Tableau 3. TPC pour D_{PRN}

$D_{PRN} =$	0	1	...	$D_{(PRN)max}$
$P(D_{PRN}) =$	$P(D_{PRN})_0$	$P(D_{PRN})_1$...	$P(D_{PRN})_{max}$

Avec : $\sum_i P(D_{PRN})_i = 1$

Tableau 4. TPC pour D_{PRR}

$D_{PRR} =$	0	1	...	$D_{(PRR)max}$
$P(D_{PRR}) =$	$P(D_{PRR})_0$	$P(D_{PRR})_1$...	$P(D_{PRR})_{max}$

Avec : $\sum_i P(D_{PRR})_i = 1$

La modélisation des processus de prix est similaire à celle du processus de la demande. Des variables P_{PRN} et P_{PRR} sont cependant créées pour gérer la variation des prix d'achat des PRN et PRR. L'utilisateur doit alors spécifier pour chaque variable P_{PRN} et P_{PRR} les distributions de probabilité (voir tableaux 3 et 4).

Tableau 5. TPC pour P_{PRN}

$P_{PRN} =$	0	1	...	$P_{(PRN)max}$
$P(P_{PRN}) =$	$P(P_{PRN})_0$	$P(P_{PRN})_1$...	$P(P_{PRN})_{max}$

Avec : $\sum_i P(P_{PRN})_i = 1$

Tableau 6. TPC pour P_{PRR}

$P_{PRR} =$	0	1	...	$P_{(PRR)max}$
$P(P_{PRR}) =$	$P(P_{PRR})_0$	$P(P_{PRR})_1$...	$P(P_{PRR})_{max}$

Avec : $\sum_i P(P_{PRR})_i = 1$

Le paramétrage des nœuds $S_{t(PRN)}$ et $S_{t(PRR)}$ consiste à évaluer l'état des stocks au début de l'horizon de planification. La plupart du temps, ces nœuds sont de type déterministe où le stock de produit est nul au début de l'horizon.

Tableau 7. TPC pour $S_{t(PRN)}$

$S_{t(PRN)} =$	0	1	...	$S_{t(PRN)max}$
$P[S_{t(PRN)}] =$	1	0	...	$P[S_{t(PRN)max}]$

Tableau 8. TPC pour $S_{t(PRR)}$

$S_{t(PRR)} =$	0	1	...	$P_{(PRR)max}$
$P[S_{t(PRR)}] =$	1	0	...	$P[S_{t(PRR)max}]$

Le paramétrage des nœuds $S_{t+1(PRN)}$ et $S_{t+1(PRR)}$ traduit l'évolution de l'état du stock d'une période à l'autre.

6 CONCLUSIONS

Ce travail traite de la modélisation de la problématique d'approvisionnement des pièces de rechange pour un service de maintenance en intégrant des considérations environnementales. En effet, nous avons considéré deux types de pièces de rechange : neuves et recyclées. Nous avons proposé une méthode prévisionnelle pour calculer le stock final des pièces de rechange. Le modèle proposé à l'aide des Réseaux Bayésiens nous a permis de prendre en considération les incertitudes des certains paramètres comme le délai d'approvisionnement, la demande ou le prix d'achat. Nos perspectives immédiates sont (1) de remplacer le RB par un RB dynamique pour capitaliser les évolutions des données incertaines dans le temps et de disposer ainsi non seulement d'un moyen de prévision mais d'un outil de prédiction ; (2) de composer ce RB à partir de données d'atelier de maintenance réelles déjà fournies par une entreprise de production de transmission de tracteurs agricoles. Les perspectives suivantes sont (3) d'utiliser ce modèle alliant la théorie des graphes et celle des probabilités pour identifier les relations de cause à effet entre les variables du problème (demande, délai d'approvisionnement, ...) et enfin (4) de comparer l'outil RB avec d'autres formalismes comme la théorie des possibilités et les fonctions de croyance.

7 REFERENCES

Alali S, A, Paris Z (2008) Modélisation modulaire des activités de maintenance dans une structure multi-sites.: *Le 7ème Conférence Internationale de Modélisation et Simulation - MOSIM'08, 2008.*

Alami, M (2009) *Lot économique de pièces de rechange à produire en tenant compte des différentes phases du cycle de vie du produit..* : Thèse de doctorat, Université Laval, Québec, 2009.

Barker, Theresa J. A (2010) *Multicriteria Decision Model With Uncertainty.* Washington : Thèse de doctorat, University of Washington, 2010.

- Basten, R., M.C. Van Der Heijden, and J.M.J. Schutten (2010), "An optimal approach for the joint problem of level of repair analysis and spare parts stocking", BETA working
- Boulaksil, Y, J.C. Fransoo, T. Tan. (2009) Capacity reservation and utilization for a manufacturer with uncertain capacity and demand. The Netherlands : School of Industrial Engineering, Eindhoven University of Technology, 2009.
- Clemen R, Reilly T,. (2001) *Making hard decisions with Decision Tools* . : Duxbury Thomson Learning, 2001
- Godichaud M. (2010) *Outils d'aide à la décision pour la sélection des filières de revalorisation des produits issus de la déconstruction des systèmes en fin de vie*, Thèse de doctorat, Université de Toulouse, 2010
- Godichaud, M, F. Perès et A. Tchangani. (2008), Modélisation des trajectoires de valorisation des systèmes en fin de vie en présence d'incertitudes, 8ème Congrès International de Génie Industriel CIGI 09, Bagnères de Bigorre (France), 10, 11 et 12 juin 2009.
- Gupta, Elif Kongar and Surendra M. (2005) Disassembly sequencing using genetic algorithm, *Intelligent Disassembly in the Demanufacturing Process*, 2005.
- Huang C., Dawicche (1996) A Inference in Belief Networks: A Procedural Guide : *International Journal of Approximate Reasoning*, 1996, Vol. vol.15, pp. p. 225-263.
- Jensen F.V, (2001) *Bayésien Networks and Decision graphs..* New York : Springer-Verlag, 2001.
- Jensen F.V., (1996) *An Introduction to Bayesian Networks.* London : Editions UCL Press, 1996.
- Jolanda Bijl, Hélène Mordret, Bruno Multrier, Stephanie Nieuwhuys, Nicolas Pitot. (2000) The Evolution of the European Automotive Spare Parts Distribution market : Supply Chain Forum, Information. : MicronAir Market Research , 2000.
- Masson, M.-H., Apports de la théorie des possibilités et des fonctions de croyance à l'analyse de données imprécises, HDR, UTC, France (2005).
- P. Smets, Belief functions : the disjunctive rule of combination and the generalized Bayesian theorem. *International Journal of Approximate Reasoning*, 9 : 1-5, 1993, paper 298, University of Twente (submitted for publication).
- Pimor Y, Fender M. (2008) *Logistique: production, distribution, soutien* Paris : DUNOD, 5ème édition, 2008.
- Sakara D., (2005) *Modelling and scheduling of remanufacturing systems*; Lausanne : Ph.D. dissertation, Ecole polytechnique de Lausanne, 2005.
- Tiwari, Niraj, (2002) A Petri Net Based approach to determine the disassembly strategy of a product, *International Journal of Production Research*, 2002, Vol. vol (40), pp. 1113-1129.
- Topan, E, .Pelin Z Bayindir and Tarkan Tan. (2010) Heuristics for Multi-Item Two-Echelon Spare Parts Inventory Control Problem with Batch Ordering in the Central Warehouse. Ankara,Turkey : Research school for operations management and logistics, Septembre 2010.
- Valtorta M., Kim Y.G., Vomlel J.(2002) : Soft evidential update for probabilistic multiagent systems. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2002, Vol. vol. 29, pp. p. 71-106.
- Verzea I, Gabriel, M. Suhner M. (2004) Le coefficient de criticité économique- une amélioration de la démarche MBF Economique. 2004
- Weber Philippe, Suhner Marie-Christine. (2004) Modélisation de processus industriels par Réseaux Bayésiens Orientés Objet (RBOO) : *Revue d'Intelligence Artificielle*, 2004, pp. 299-326.