

Planification Stratégique d'un système de production : dimensionnement de la flexibilité

SYLVERIN KEMMOE¹, PIERRE-ALBAN PERNOT², NIKOLAY TCHERNEV²

¹ CRCGM: Centre de Recherche Clermontois en Gestion et Management
36 bis Av. Côte Blatin, 63000 Clermont-Ferrand Cedex, France
Sylverin.KEMMOE_TCHOMTE@u-clermont1.fr

² LIMOS UMR CNRS 6138 : Laboratoire d'informatique de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes
Campus des Cézeaux, 63117 Aubière Cedex, France
{pernot,tchernev}@isima.fr

Résumé –

Dans un contexte concurrentiel et soumis à une forte variabilité de la demande, la flexibilité devient un élément très important des systèmes de production. Celle-ci doit faire l'objet d'un processus de prise de décision et de pilotage stratégique. Dans cet article, un modèle d'aide au dimensionnement de la flexibilité des systèmes de production est proposé. Celui-ci prend la forme d'un graphe flot maximal à coût minimal avec capacités minimales positives, dans lequel les sommets correspondent soit à un couple (usine/famille de produits) soit à un des leviers de flexibilité considérés, à savoir la mixte flexibilité, la flexibilité volume et les stocks de flexibilité. Le flot représente la part de la surcharge du système qui est absorbée et la façon dont il s'écoule de la source au puits, la façon de le faire à coût minimum. Les coûts de création et d'utilisation des leviers de flexibilité sont pris en compte par l'affectation de coûts et de capacités minimales aux différents arcs. La variabilité de la demande est quand à elle représentée par l'intermédiaire de scénarios. La solution optimale est obtenue à l'aide d'un modèle linéaire donnant la valeur maximale de la surcharge pouvant être absorbée à coût minimal.

Abstract –

In a competitive and uncertain environment, flexibility is a major element of manufacturing system. It must be managed in a strategic process. In this article, model to design manufacturing system flexibility is given. It takes the form of a graph based on the maximum flow with minimum cost algorithm with positive minimum capacities. In this graph, nodes represent either pairs of facility and product family or flexibility types under consideration, which are mix flexibility, volume flexibility and inventories. Flow stands for facilities overload which are captured. How to do that, using the cheapest manner, is represented by the way with which it goes from the source to the well. Creation costs and using costs of flexibility are implemented by the costs and minimum capacities associated to each arc. Demand uncertainty is taking account using scenarios. The optimal solution is found using a linear program. It gives the maximum amount of overload which can be captured with minimum costs.

Mots clés – système de production, flexibilité, dimensionnement, théorie des graphes, aide à la décision

Keywords – manufacturing system, flexibility, design, graph theory, decision support system

1 INTRODUCTION

Les décisions stratégiques, prises par les entreprises, revêtent une très grande importance. En effet, contrairement à celles décidées aux niveaux tactiques et opérationnels, leur impact « sur le système considéré, se mesure pendant plusieurs années. Elles comprennent les décisions relatives au nombre, à la localisation et aux capacités des entrepôts et unités de production, ou aux flux de matières » [Simchi-Levi et al., 2004]. De plus, elles doivent s'accorder avec l'environnement économique dans lequel évolue l'entreprise. Or celui-ci n'a cessé de se modifier pour aboutir, notamment, à une ère de la « customisation », menant Gong, [Gong, 2008], à constater que « l'efficacité de la production de masse doit être disponible pour une production différenciée ».

Ceci, s'ajoutant à l'augmentation de la concurrence et à une incertitude liée à la demande grandissante, a mené les entreprises à intégrer pleinement la flexibilité dans ce processus de décision. Adam et Swamidass [Adam et

Swamidass,1989] soulignent d'ailleurs l'importance de cette prise en compte au niveau stratégique, au même titre que les coûts, la qualité et les technologies utilisées.

Aucune définition de la flexibilité, faisant l'unanimité, n'a pu être trouvée, cependant une acceptation assez générale est proposée par [Upton, 1994], à savoir « la capacité à changer ou réagir avec peu de pénalités en terme de temps, d'efforts, de coûts et de performances » à des variations. Le nombre important de recherches sur le sujet a entraîné l'apparition d'une profusion de termes. Ainsi, Sethi et Sethi [Sethi et Sethi, 1990], ont recensé pas moins de 50 termes relatifs à différentes déclinaisons de la flexibilité (flexibilité machine, flexibilité travail...), certains se référant d'ailleurs à la même [Shewchuk et Moodie, 1998].

Parmi les décisions prises lors de la planification stratégiques d'une entreprise, un certain nombre concerne leur système de production [Stecke, 1984]. Celles-ci consistent, notamment, à identifier quel niveau de flexibilité installer et dans quelle

proportion. Ce dimensionnement doit se faire par un arbitrage entre coûts d'investissements nécessaires à la création de leviers de flexibilité et gain escompté, au regard de l'incertitude liée à la demande [Bertrand, 2003]. Une telle initiative prend tout son sens lorsque l'on sait que disposer d'un appareil de production partiellement flexible, mais bien dimensionné, permet, bien souvent, d'obtenir la majorité des gains dont l'on pourrait disposer dans le cas d'un système pleinement flexible [Andreou, 1990]. A ce niveau, les différents types de flexibilité considérés sont, notamment, la flexibilité volume et la mixte flexibilité [Bertrand, 2003]. Dans ce qui suit, nous sous-entendons, par ce premier terme, la capacité, du système considéré, à augmenter ou diminuer sa production en fonction de la demande [Gerwin, 1993]. Cet auteur, indique, par ailleurs, que la mixte flexibilité est un moyen, à disposition des entreprises, pour répondre à la difficulté qu'elles ont à définir précisément quels types de produits va être le plus demandé et dans quelle proportion. En effet, ceci caractérise le nombre de produits différents pouvant être fabriqués simultanément, à moindre coût, au sein d'un même système et donc la possibilité d'augmenter la production de l'un au dépend d'un autre, afin de s'ajuster à la demande réelle. Notons, que ceci n'est possible que si des liens, permettant des transferts de capacité, existent entre les différentes entités du système [Melo et al., 2009].

Dans cet article nous nous intéressons au dimensionnement de la flexibilité lors de la planification stratégique d'un système de production multi-sites. Pour ce problème nous présentons une modélisation originale basée sur le graphe flot maximal à coût minimal avec capacités minimales positives. L'objectif est de proposer une démarche d'aide à la décision permettant le dimensionnement stratégique des systèmes de production multi-sites au regard de la flexibilité volume et de la mixte flexibilité ainsi que des stocks. Ceci a été réalisé par l'utilisation de scénarios afin de représenter la variation de la demande. Le reste de l'article est structuré comme suit. Le paragraphe suivant présente le problème étudié. Ensuite dans le paragraphe 3, sera introduite la modélisation du problème, sous la forme d'un graphe flot maximal à coût minimal. Le quatrième paragraphe présente la résolution exacte effectuée à l'aide d'un modèle linéaire alors que la partie suivante introduit une application numérique ainsi que la phase de test du modèle proposé. Les jeux de données construits et les résultats obtenus y sont détaillés. Pour finir, lors de la conclusion, nous dégagerons des perspectives d'évolution et de recherches futures portant sur les travaux présentés.

2 PROBLEME CONSIDERE

Dans ce qui suit nous considérons un système de production multi-sites, composé de plusieurs usines, produisant différentes familles de produits finis. Ces dernières sont soit fabriquées dans une unique unité de production soit réalisées dans plusieurs. L'affectation des familles de produits aux unités de production est réalisée en fonction des contraintes technologiques de l'entreprise. Chaque usine est dotée d'une capacité de production et de stocks pour faire face à une demande prévisionnelle. Compte tenu de l'incertitude de cette dernière, il est nécessaire de pourvoir les unités de production de moyens de flexibilité pour faire face à d'éventuelles baisses ou hausses de la demande. Ainsi nous nous intéressons à la mixte flexibilité ainsi qu'à la flexibilité volume.

Outre le fait qu'une famille de produits puisse être fabriquée sur plusieurs sites, la mixte flexibilité du système est également issue des compatibilités de production entre éléments, c'est-à-dire le fait, qu'une famille de produit donnée,

puisse être fabriquée sur le même outil de production que celui initialement alloué à une autre famille. Ceci permet de privilégier un élément plutôt qu'un autre en fonction de la demande réelle.

Les usines sont également considérées comme dotées d'une flexibilité volume (pouvant se traduire concrètement par des réserves capacitaires en termes de machines et/ou d'heures supplémentaires de travail) ainsi que de stocks d'anticipation, définis par la suite par le terme « stocks de flexibilité », permettant de répondre à une hausse spontanée de la demande. Les coûts d'investissement nécessaire à la mise en œuvre, ainsi qu'à l'utilisation de ces leviers de flexibilité sont pris en compte.

Ce problème a fait l'objet d'un certain nombre de recherches. Un état de l'art sur la flexibilité des systèmes de production peut être trouvé dans [Beach et al., 2000 ; More et Subash Babu, 2009 ; Sethi et Sethi, 1990 ; Vokurka et O'Leary-Kelly, 2000]. [Gupta et al., 1992] proposent un modèle permettant de faire le choix entre investir dans des capacités de productions spécifiques ou bien flexibles dans un problème à deux produits différents. Ils sont parmi les premiers à avoir considéré la configuration initiale du système de production étudié comme une donnée d'entrée impactant la solution optimale. Une étude portant sur le même sujet peut être trouvée dans [Van Mieghem, 1998]. Dans cet article, l'auteur montre l'importance de la différence entre les coûts des capacités flexibles et dédiées dans le choix du dimensionnement. De plus, il prouve l'apport issu de l'utilisation de moyens de production flexibles, et ce alors même que les produits fabriqués ont une demande corrélée positivement.

Un modèle stochastique, de dimensionnement des capacités d'un système de production flexible, dans lequel l'incertitude liée à la demande est introduite par l'intermédiaire d'un arbre de décomposition de scénarios, peut être trouvé dans [Chen et al., 2002]. Une des faiblesses de ce modèle est de ne pas permettre la non satisfaction de la demande, option pouvant s'avérer plus profitable dans certain cas. [Chandra et al., 2005] résolvent ce problème en proposant un modèle de dimensionnement des capacités et de la flexibilité d'un système de production de véhicules. Partant d'allocations de production véhicule/usine, définissant la mixte flexibilité, ils établissent les meilleures valeurs de flexibilité volume ainsi que de quantités à produire. Ce processus est itéré avec plusieurs scénarios de demande et plusieurs capacités de production, afin de choisir la meilleure solution. Leur modèle considère des coûts liés aux capacités ainsi qu'à la flexibilité identiques pour chaque usine. De plus, les investissements nécessaires à la mise en œuvre de la flexibilité ne sont pas pris en compte.

Comme effectué dans [Chandra et al., 2005], nous avons choisis de traiter l'incertitude liée à la demande par l'intermédiaire de scénarios élaborés suivants des hypothèses faites à partir des méthodes de prévisions qualitatives et opinions d'experts. Nous avons ainsi considérés des scénarios « contextuels » définissant pour chaque unité de production, une surcharge ou une sous-charge de production. Ensuite, en fonction du scénario structurel considéré, la répartition optimale de ces variations est donnée ainsi qu'un coût associé. Un scénario structurel représente soit la configuration réelle du système de production (leviers existants, capacités, liens entre les usines, allocation de production...) soit une configuration « fictive » que l'on souhaiterait tester. Pour l'évaluation d'un scénario nous avons choisi de modéliser le problème sous la forme d'un graphe flot maximal à coût minimal et capacités minimales positives, comme indiqué dans la partie suivante.

3 MODELISATION DU PROBLEME

3.1 Nature de la modélisation

Le problème de dimensionnement de la flexibilité stratégique d'un système de production a été modélisé sous la forme d'un graphe flot maximal à coût minimal. Ceci correspond à un problème dans lequel on cherche à trouver la configuration permettant de maximiser le flot, allant d'un sommet appelé source à un autre nommé puits, à coût minimum dans un graphe ayant un certain nombre de sommets reliés entre eux par des arcs dotés d'une capacité maximale. A ces derniers est également affecté un coût unitaire c'est-à-dire par unité de flot y circulant. Dans ce qui suit, a été considéré une version adaptée de ce problème puisque des capacités minimales ont également été introduites. Celles-ci impliquent que tout flot passant sur l'arc correspondant doit être supérieur à cette capacité ou bien nul. Leur introduction permet de représenter des contraintes de rentabilités comme nous allons le voir dans la partie suivante. Une propriété importante de ces problèmes est la conservation des flots, c'est-à-dire le fait que pour tout sommet, autre que la source et le puits, la somme des flots entrant est égale à la somme de ceux sortant.

Dans notre cas, le flot représente la part (en volume) de la surcharge du système considéré qui pourra être absorbée ; cette dernière étant définie, pour un élément donné, comme la différence entre sa demande et sa capacité normale, c'est-à-dire sa capacité calculée sans considérer les leviers de flexibilité. Lorsque la différence est négative, on parlera de sous-charge. Ainsi, dans notre cas, nous ne considérons pas des demandes mais la différence entre celles-ci et les capacités de productions du système considéré comme illustré dans la partie suivante consacrée à la modélisation du problème.

3.2 Modélisation

Comme mentionnée précédemment, toute modélisation sous la forme d'un graphe de flot maximal à coût minimal nécessite l'introduction de deux nœuds fictifs, le premier étant nommé la source. Dans notre cas, celui-ci est relié, par l'intermédiaire d'arcs à un certain nombre de sommets représentant des couples (usine/famille de produit). En effet, afin de ne pas se limiter à la prise en compte des liens entre usines (transferts de production, modification des charges...) mais également considérer ceux pouvant apparaître au sein même de ces dernières, nous avons scindé chacune d'entre elles en autant d'entités qu'elles fabriquent de familles de produits différentes. De par cette modélisation, nous sommes capables de représenter les éventuels ajustements de volume de production pouvant apparaître au sein même d'une usine en plus de ceux apparaissant dans l'intégralité du système de production. Ainsi, ont été considérés des sommets représentant des couples (usine/famille de produit). A chacun de ces derniers peut être associée une surcharge (pouvant éventuellement être nulle) correspondant à la différence entre la demande de l'usine, relativement à la famille de produit considérée, et la capacité de production affectée à la production de cette dernière dans l'usine en question. Cette valeur correspond à la capacité maximale de l'arc allant de la source à ce couple. Ainsi, le but étant de faire circuler le maximum de flot sur les arcs issus de la source, celui-ci revient à chercher à absorber le plus possible ces différentes surcharges. Par définition de ces dernières, les capacités normales de production de ces couples sont saturées, c'est pourquoi le seul moyen de satisfaire ces demandes supplémentaires est d'avoir recours à l'utilisation de différents moyens de flexibilité. Dans notre cas, ont notamment été pris

en compte la flexibilité volume ainsi que les stocks de flexibilité. Ainsi, deux sommets symbolisant ces derniers ont été introduits. Chacun des sommets représentant les couples ont été relié à ces nœuds par l'intermédiaire d'arcs dont la capacité maximale représente le nombre maximal d'éléments, du couple en question, pouvant être réalisé par l'utilisation, respectivement, de la flexibilité volume et des stocks de flexibilité, tandis que les coûts associés correspondent à ceux de l'utilisation de ces moyens de production. Ces derniers sommets sont eux mêmes reliés au second nœud fictif, à savoir le puits, par l'intermédiaire d'arcs de capacités maximales infinies. Ceci est illustré sur le graphe de la figure 1 pour un couple (usine/famille de planification) (U_i/FP_j) où S représente la source, P le puits, V la flexibilité volume et Stk les stocks de flexibilité.

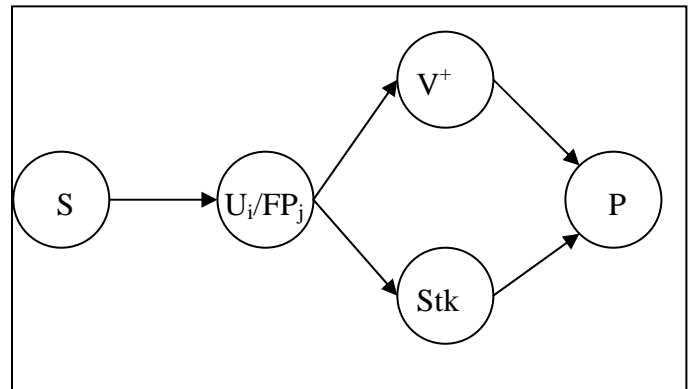


Figure 1. Modélisation d'une usine et de ses leviers de flexibilité

Dans cette configuration, le flot maximal circulant sur l'arc allant de S à (U_i/FP_j) représente donc la part de la surcharge de ce dernier couple qui aura été absorbée (si celui-ci est égal à la capacité maximale de l'arc, c'est que la totalité de la surcharge a été satisfaite). Par contre, les flots circulant sur les autres arcs représentent la façon dont cette surcharge est absorbée tandis que le coût total correspond au surcoût nécessaire à la mise en œuvre de ces actions (production par l'utilisation de la flexibilité volume et/ou des stocks de flexibilité).

Jusqu'à maintenant nous n'avons pas introduit la mixte flexibilité du système. Celle-ci est issue des liens existant entre les différents couples, ces derniers représentant la possibilité de transférer des productions entre ces éléments soit parce que les familles de planification sont les mêmes soit parce que l'outil de production utilisé pour en réaliser une peut également fabriquer l'autre. Afin de représenter ceci, nous avons introduit, entre les couples entre lesquels des transferts sont possibles, des arcs dont la capacité maximale correspond au nombre maximum d'éléments pouvant être transférés et les coûts à ceux issus du transfert d'une unité. Par ailleurs, ceux-ci sont également dotés de capacités minimales non nulles correspondant au nombre minimum de charge à affecter d'une usine à l'autre afin d'obtenir un gain équivalent au coût de mise en œuvre du lien en question. En effet, nous avons considéré que permettre un tel lien nécessite des investissements supplémentaires, pouvant par exemple être issus de la nécessité de maintenir en deux endroits des ressources capables de réaliser deux produits différents. Ainsi, de tels liens entre usines ne seront utilisés que si localement ils permettent d'obtenir un gain, issue de la vente des produits transférés, supérieur ou égal au coût nécessaire à sa mise en œuvre. Concrètement, il se pourra donc qu'afin de satisfaire une surcharge d'un couple, un transfert ait lieu vers un autre afin d'utiliser ses différents moyens de production. Ceux-ci

peuvent correspondre à ceux vus précédemment (stock de flexibilité et flexibilité volume) mais également aux capacités laissés libres par une sous-charge de ce dernier. Cette possibilité a été introduite par l'ajout d'arcs reliant chaque couple au puits et dont la capacité maximale représente la sous-charge connu par ce dernier. Ainsi, le passage d'un flot sur un tel arc représente l'utilisation des capacités laissées libres par une demande inférieure aux capacités. Bien entendu, pour un couple donné, on aura au moins une des capacités maximales de l'arc allant au puits et de celui de la source sera nulle, le contraire signifiant que celui-ci connaît à la fois une sous-charge et une surcharge ce qui n'est bien entendu pas possible. Le dernier aspect pris en compte dans cette modélisation est le cas où la surcharge est d'une telle importance qu'elle ne peut être totalement absorbée. Dans cette configuration, des ventes seront perdues. Cependant, afin de maximiser sa marge, dans cette situation une entreprise cherchera à ne perdre, en premier lieu, des ventes exclusivement sur les produits à plus faible marge. Afin de prendre en compte cet aspect, tous les couples sont reliés à un sommet nommé « P », représentant les pertes de ventes, par l'intermédiaire d'arcs de capacités infinies mais de coûts très élevés, et ceci d'autant plus que le profit réalisé sur le couple à l'origine de l'arc est important. Ainsi, le but étant de trouver la configuration permettant de maximiser le flot à coût minimum, ces arcs ne seront empruntés qu'en dernier recours et les produits à plus forte marge seront privilégiés. Notons que de part cette introduction afin d'évaluer la part de la surcharge satisfaite pour un couple donné, il sera nécessaire de retrancher au flot circulant sur l'arc le reliant à la source celui de l'arc allant à ce sommet P comme nous le verrons à travers lors de la présentation des différents tests.

Un exemple de graphe illustrant tous les éléments mentionnés précédemment est visible sur la figure 2. Celui-ci représente un système composé de trois usines U_1 , U_2 et U_3 et de trois familles de planification. La première, notée FP_1 est produite uniquement dans la première usine alors que la seconde, notée FP_2 , l'est dans les deux premières et la troisième FP_3 dans la dernière uniquement. Des transferts sont permis uniquement entre (U_1/FP_1) et (U_1/FP_2) (même usine U_1 mais pour deux familles de produits FP_1 et FP_2 différentes) ainsi qu'entre (U_1/FP_2) et (U_2/FP_2) (usines U_1 et U_2 mais pour la même famille de produits FP_2). Dans ce graphe, sont introduites les notations présentées dans la section suivante.

3.3 Notations

Tous les éléments introduits précédemment peuvent être spécifiés sous une forme mathématique, ceci faisant l'objet de cette partie. Ainsi, considérons un graphe $G=(X, A, C, C^o)$ où X représente l'ensemble des sommets, A celui des arcs, C celui des capacités et C^o celui des coûts. Ces ensembles sont composés de plusieurs sous-ensembles ; on a ainsi :

- $X = X_1 \oplus X_2 \oplus \{p\} \oplus \{s\} \oplus \{t\}$ où :
 - X_1 correspond à l'ensemble des sommets représentant des couples (usine/famille de produit) ;
 - X_2 correspond à l'ensemble des deux sommets représentant un levier de flexibilité ;
 - $\{p\}$ correspond au sommet représentant une perte de vente ;
 - $\{s\}$ représente la source ;
 - $\{t\}$ représente le puits.

- $C = C^{\min} \oplus C^{\max}$ où $C^{\min} = \{C_{i,j}^{\min}, (i, j) \in A\}$ représente les capacités minimales des arcs et $C^{\max} = \{C_{i,j}^{\max}, (i, j) \in A\}$ les capacités maximales ;
- $C^o = \{C_{i,j}^o, (i, j) \in A\}$ représente les coûts unitaires des arcs ;
- $A = A_1 \oplus A_2 \oplus A_3 \oplus A_4 \oplus A_5 \oplus A_6 + \{(p, t)\}$ où
 - A_1 représente l'ensemble des arcs de la forme $a = (s, i), i \in X_1$, et on a $C_{s,i}^{\min} = 0$ et $0 \leq C_{s,i}^{\max} \leq \infty, C_{s,i}^o = 0, \forall (s, i) \in A_1$;
 - A_2 représente l'ensemble des arcs de la forme $a = (i, j), i \in X_1, j \in X_1, i \neq j$, et on a $0 \leq C_{i,j}^{\min} \leq \infty, 0 \leq C_{i,j}^{\max} \leq \infty$ et $C_{i,j}^o \geq 0, \forall (i, j) \in A_2$;
 - A_3 représente l'ensemble des arcs $a = (i, j), i \in X_1, j \in X_2$, et on a $C_{i,j}^{\min} = 0, 0 \leq C_{i,j}^{\max} \leq \infty, C_{i,j}^o \geq 0, \forall (i, j) \in A_3$;
 - A_4 représente l'ensemble des arcs de la forme $a = (i, t), i \in X_1$ et on a $C_{i,t}^{\min} = 0, 0 \leq C_{i,t}^{\max} \leq \infty, C_{i,t}^o = 0, \forall (i, t) \in A_4$;
 - A_5 représente l'ensemble des arcs de la forme $a = (i, p), i \in X_1$ et on a $C_{i,p}^{\min} = 0, 0 \leq C_{i,p}^{\max} \leq \infty, C_{i,p}^o \geq 0, \forall (i, p) \in A_5$;
 - A_6 représente l'ensemble des arcs de la forme $a = (i, t), i \in X_2$, et on a $C_{i,t}^{\min} = 0, C_{i,t}^{\max} = \infty, C_{i,t}^o = 0, \forall (i, t) \in A_6$;
 - (p, t) représente l'arc ayant pour extrémité initiale p et pour extrémité finale t et on a $C_{p,t}^{\min} = 0, C_{p,t}^{\max} = \infty, C_{p,t}^o = 0$;

De plus, on note $f_{i,j}, (i, j) \in A$, la valeur du flot circulant sur l'arc (i, j) . Ces notations sont utilisées dans la partie suivante consacrée à la résolution du modèle.

4 RESOLUTION DU GRAPHE

Le graphe a été résolu à l'aide d'un modèle linéaire composé de deux sous-problèmes. Le premier consiste à maximiser le flot pouvant circuler dans le graphe, en respectant les différentes contraintes énoncées précédemment. Le second consiste, quand à lui, à trouver la configuration permettant d'obtenir cette valeur de flot maximale à coût minimal.

Ces problèmes étant proches, les mêmes notations ont été utilisées afin de les écrire.

4.1 Notations

En plus des éléments introduits précédemment, nous considérons également une variable binaire x_{ij} définie de la façon suivante :

$$\bullet \quad x_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si } f_{i,j} \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}, (i, j) \in A_2$$

4.2 Problème de flot max

Le modèle linéaire correspondant au problème de flot max est visible ci-dessous. Celui-ci consiste à trouver la valeur maximale du flot pouvant circuler dans le graphe ce qui est traduit par la fonction objective (1), qui ne concerne que les arcs issus de la source. Cependant, nous aurions pu tout aussi bien considérer les arcs arrivant au puits, la somme des flots étant la même dans les deux cas de par la contrainte de conservation des flots qui est assurée par l'équation (2).

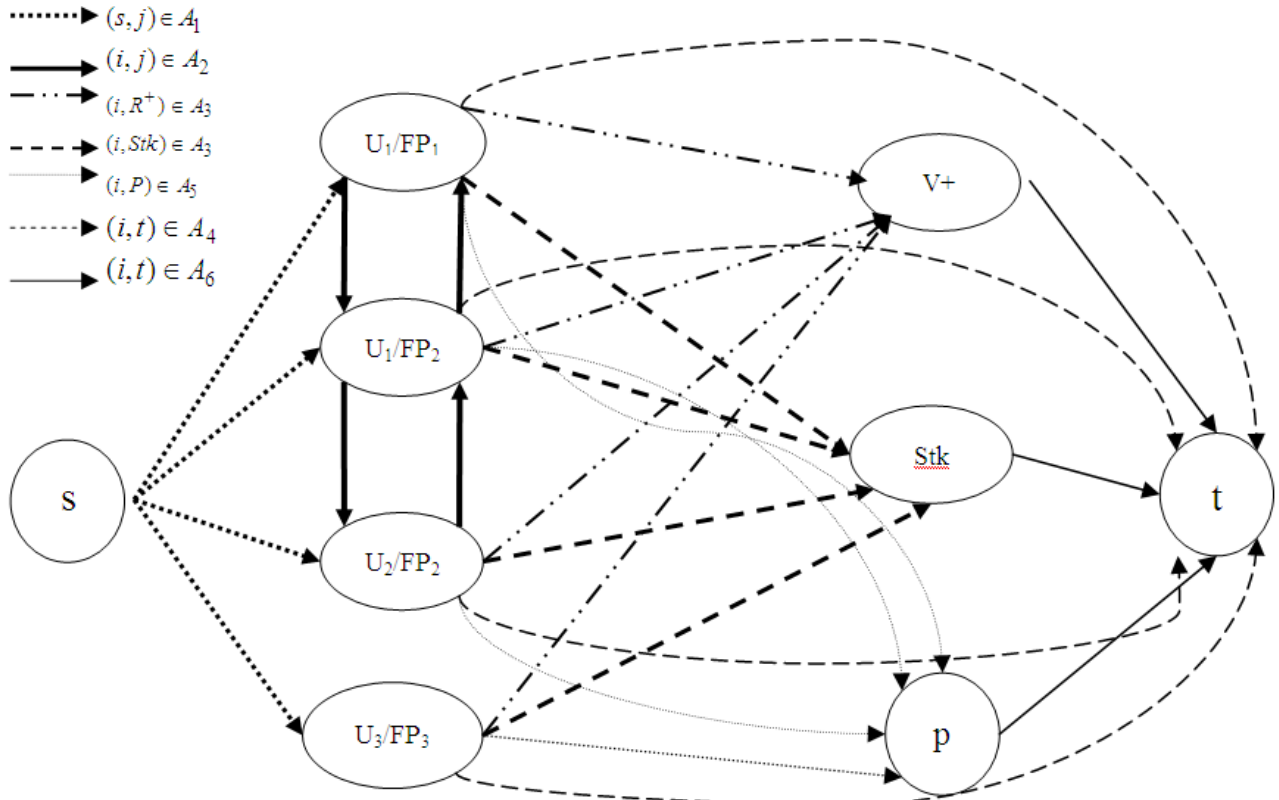


Figure 2. Graphe Flot maximal à coût minimal pour le réseau d'usine

$$F^{MAX} = \text{Max} \sum_{(i,j) \in A_1} f_{i,j} \quad (1)$$

s.t.

$$\sum_{\substack{j \in X \\ (i,j) \in A}} f_{i,j} = \sum_{\substack{j \in X \\ (j,i) \in A}} f_{j,i}, \quad \forall i \in X - \{s,t\} \quad (2)$$

$$f_{i,j} \geq 0, \quad \forall (i,j) \notin A_2 \quad (3)$$

$$f_{i,j} \leq C_{i,j}^{\max}, \quad \forall (i,j) \notin A_2 \quad (4)$$

$$f_{i,j} \geq x_{i,j} C_{i,j}^{\min}, \quad \forall (i,j) \in A_2 \quad (5)$$

$$f_{i,j} \leq x_{i,j} C_{i,j}^{\max}, \quad \forall (i,j) \in A_2 \quad (6)$$

$$x_{i,j} + x_{j,i} \leq 1, \quad \forall i, j \in X_1^2 / (i,j) \vee (j,i) \in A_2^2 \quad (7)$$

$$x_{i,j} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A_2 \quad (8)$$

Les contraintes (3) et (4) imposent le respect des capacités maximales et la positivité des flots des arcs ne représentant pas des liens entre les usines. Ces derniers sont les seuls concernés par les contraintes (5), (6) qui s'assurent du respect des capacités minimales et maximales, en imposant qu'un flot ait soit une valeur comprise entre ces deux capacités, soit une valeur nulle. Chacune fait intervenir une variable binaire valant 0 lorsque le flot est nul et 1 sinon. Notons que l'attribution de cette dernière valeur est implicitement réalisée par l'objectif de maximisation du flot.

Afin de ne pas créer de cycles, c'est-à-dire de ne pas avoir de flot allant d'un couple A à un couple B puis un autre allant dans le sens inverse, il a été imposé que la somme des variables binaires concernant deux mêmes couples soit inférieure ou égale à 1 (contrainte (7)).

4.3 Problème de coût min

Le second problème d'optimisation consiste à trouver la configuration permettant de satisfaire F^{MAX} à coût minimum. Celui-ci a donc pour fonction objective :

$$C^{MIN} = \min \sum_{(i,j) \in A} C_{i,j}^o f_{i,j} \quad (9)$$

Le but étant de satisfaire F^{MAX} , en considérant les mêmes contraintes que précédemment, une seule a été ajoutée à savoir :

$$\sum_{(i,j) \in A_1} f_{i,j} = F^{MAX} \quad (10)$$

5 APPLICATIONS NUMERIQUES

5.1 Tests

Afin d'illustrer la démarche, nous présentons l'exemple d'une entreprise, composée de quatre sites de production, qui souhaite évaluer la flexibilité de ses moyens de production. Il s'agit de dimensionner les leviers de production pour la fabrication de trois familles de produits. Après avoir considéré les différents leviers de flexibilité disponibles nous avons modélisé l'entreprise sous la forme de 8 couples (usine/famille de produits), ayant, pour certains des liens entre eux représentant autant de possibilités de transfert de charge (Tableau 1.). Dans ce tableau, les données sont, pour chaque lien, écrites sous la forme (capacité maximale, capacité minimale, coût, i.e. $C_{i,j}^{\max}, C_{i,j}^{\min}, C_{i,j}^o$) ; les lignes correspondant aux sommets de départ et les colonnes à ceux d'arrivée. Par souci de simplicité les couples ont été notés $C_i, i=1, \dots, 8$. Notons qu'ici nous avons considéré des relations symétriques,

Tableau 1. Liens entre les couples $C_{i,j}^{\max}$, $C_{i,j}^{\min}$, $C_{i,j}^o$

Couple/ Couple	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈
C ₁		(50,10,20)						
C ₂	(50,10,20)		(70,6,30)				(40,18,18)	
C ₃		(70,6,30)						
C ₄								
C ₅						(60,25,20)		
C ₆					(60,25,20)			
C ₇		(40,18,18)						(30,12,30)
C ₈							(30,12,30)	

c'est-à-dire que lorsqu'un transfert de charge d'un couple (U_i / FP_q) vers un autre (U_j / FP_k) est possible alors il l'est également dans le sens inverse. Rappelons également, qu'un lien entre deux couples (U_i / FP_q) et (U_j / FP_k) représente soit un transfert de charge possible au sein d'une même usine ($i=j$ et $q \neq k$) soit entre deux usines différentes ($i \neq j$) pour deux familles différentes ($q \neq k$) ou bien identiques ($k=q$).

Cette configuration structurelle a été testée relativement à trois scénarios différents (Tableau 2.). Pour chacun de ceux-ci, les mêmes valeurs de surcharges/sous-charges, de capacités de stockage ainsi que de marges ont été considérées pour chaque couple. Les différences apparaissent au niveau de la possibilité de perdre des ventes (non autorisé pour les scénarios 1 et 2 mais autorisé pour le 3), ainsi qu'au niveau des coûts relatifs à la flexibilité volume, notées $V+$ (identiques pour les scénarios 1 et 3 mais différents pour le scénario 2).

Les différents résultats sont représentés dans le tableau 3. Notons que dans ce tableau la colonne « Flot arc 1 A_2 », d'un couple C_i , $i=1...8$, correspond au premier lien, existant, dans la ligne se rapportant à ce couple dans le Tableau 1. De la même façon, « Flot arc 2 A_2 » et « Flot arc 3 A_2 » se rapportent respectivement au second et troisième lien, si ceux-ci ont été définis. Ainsi pour C_2 , par exemple colonne « Flot arc 2 A_2 » représente le flot sur l'arc allant de C_2 vers C_3 .

5.2 Interprétation des résultats

Dans le Tableau 3, pour chaque couple, les valeurs relatives aux trois tests sont indiquées. Concernant le premier scénario, on peut voir qu'une partie de la surcharge du couple C_1 (50 unités : colonne *Flot arc $A_3 V+$*) a été satisfaite par ses propres leviers de flexibilité alors que le reste (50 unités : colonne *Flot arc 1 A_2*) a été transféré vers le couple C_2 , par l'intermédiaire de l'arc de type A_2 les joignant. Le même processus s'est déroulé pour le couple C_3 . Ces surcharges transférées en C_2 ont été absorbées par l'utilisation des leviers de flexibilité de ce dernier. Ainsi, une part a été produite grâce à sa flexibilité volume (flot sur l'arc $A_3 V+$ du couple) et une autre par l'utilisation de ses moyens de productions habituelles. Ceci a été rendu possible grâce à la baisse de l'activité à laquelle est soumise l'usine (flot sur l'arc A_4 du couple). Cette baisse a d'ailleurs été amplifiée par l'utilisation des stocks de C_2 (flot sur l'arc $A_3 stock$ du couple) afin de fournir la demande de sa famille de produits, laissant ainsi plus de capacités libres. Le reste de la surcharge (40 unités) a pu être fabriqué par la libération de capacités supplémentaires de C_2 par transfert d'une part de sa production vers le couple C_7 (flot sur l'arc 3 A_2) où elle a été réalisée par l'utilisation de la flexibilité

volume (Flot arc $A_3 V+$) et des stocks (Flot arc $A_3 stock$) de ce dernier couple.

Notons qu'une partie seulement de la surcharge de C_3 a été satisfaite alors que la totalité de celle de C_1 a été absorbée. Ceci s'inverse dans le scénario 3 (pour les deux couples le flot sur leur arc de type A_1 est égal à leur surcharge mais pour C_1 il y a également un flot circulant sur l'arc A_5 représentant une perte de vente A_5). Or, dans celui-ci les pertes de ventes ont été autorisées, si bien qu'un arbitrage économique, en fonction de la marge réalisée sur les produits et des coûts de transfert unitaire vers C_2 , a été effectué. Ainsi, la différence entre les marges associées à C_3 et à C_1 (traduite par l'intermédiaire des coûts affectés aux arcs de type A_5) étant supérieure à celle entre leur coût de transfert vers C_2 , la satisfaction de la surcharge de C_3 a été privilégiée au dépend de celle de C_1 .

Dans le premier scénario, nous pouvons constater que la surcharge du couple C_5 a été entièrement satisfaite par l'utilisation de ses propres leviers de flexibilité. Ceci se traduit par la circulation d'un flot sur les arcs « $A_3 stock$ » et l'arc « $A_3 V+$ » dont la somme est égale à celui de l'arc A_1 du couple. A l'inverse, dans le deuxième scénario, la flexibilité volume n'est plus utilisée (pas de flot sur l'arc « $A_3 V+$ ») mais une partie de la surcharge est transférée sur le couple C_6 où elle est absorbée par l'utilisation de ses stocks. Concrètement, cela signifie qu'une partie de la demande de ce dernier couple a été satisfaite par les stocks, laissant de la capacité de production libre pour pouvoir fabriquer des éléments de la famille de produit de C_5 . Ceci est dû au fait que le coût d'utilisation de la flexibilité volume est devenu, entre le premier et second scénario, plus important, à tel point qu'il est devenu plus intéressant de transférer une partie de la surcharge vers une autre unité de production que d'utiliser la flexibilité volume.

Cette modification des coûts liés à ce levier impact également fortement le coût d'absorption de la surcharge totale du système puisque celui-ci passe de 7060 à 13620. Remarquons également que le coût relatif au troisième scénario est supérieur à celui du premier alors même que les coûts associés à l'utilisation des différents leviers sont identiques. Ceci est dû à la prise en compte des marges associées aux familles de produits. En effet, de par cette prise en compte, comme nous venons de le voir, la solution a changé, entraînant un transfert d'éléments de C_3 vers C_2 plus important et une diminution de ceux issus de C_1 . Or dans le premier cas, le coût associé est plus élevé que dans le second (30 contre 10), ce qui explique cette différence. Ceci souligne le fait que le premier scénario ne prenait pas en compte assez d'éléments et sous-évaluait

Tableau 2. Scénarios contextuels : Données

Couple	Valeurs communes à tous les scénarios			Scénario1		Scénario 2		Scénario 3	
	Surcharge/ souscharge	Capacité stock/coût	Marge	Capacité V+/coût	Capacité arc perte vente	Capacité R+/coût	Capacité arc perte vente	Capacité V+/coût	Capacité arc perte vente
C ₁	100	(20,18)	10	(50,10)	0	(50,40)	0	(50,10)	100
C ₂	-10	(30,18)	10	(20,10)	0	(20,40)	0	(20,10)	100
C ₃	100	(0,18)	20	(30,10)	0	(30,40)	0	(30,10)	100
C ₄	100	(30,18)	10	(50,10)	0	(50,40)	0	(50,10)	100
C ₅	70	(25,18)	20	(50,10)	0	(50,40)	0	(50,10)	100
C ₆	0	(60,18)	20	(50,10)	0	(50,40)	0	(50,10)	100
C ₇	0	(20,18)	10	(50,10)	0	(50,40)	0	(50,10)	100
C ₈	0	(20,18)	30	(50,10)	0	(50,40)	0	(50,10)	100

Tableau 3. Résultats

		Flot arc A ₁	Flot arc A ₃ stock	Flot arc A ₃ V+	Flot arc 1 A ₂	Flot arc 2 A ₂	Flot arc 3 A ₂	Flot arc A ₄	Flot arc A ₅
C ₁	Sc. 1	100	0	50	50	/	/	0	0
	Sc. 2	100	0	50	50	/	/	0	0
	Sc. 3	100	0	50	30	/	/	0	20
C ₂	Sc. 1	0	30	20	0	0	40	10	0
	Sc. 2	0	30	20	0	0	40	10	0
	Sc. 3	0	30	20	0	0	40	10	0
C ₃	Sc. 1	80	0	30	50	/	/	0	0
	Sc. 2	80	0	30	50	/	/	0	0
	Sc. 3	100	0	30	70	/	/	0	0
C ₄	Sc. 1	80	30	50	/	/	/	0	0
	Sc. 2	80	30	50	/	/	/	0	0
	Sc. 3	100	30	50	/	/	/	0	20
C ₅	Sc. 1	70	20	50	0	/	/	0	0
	Sc. 2	70	25	0	45	/	/	0	0
	Sc. 3	70	20	50	0	/	/	0	0
C ₆	Sc. 1	0	0	0	0	/	/	0	0
	Sc. 2	0	45	0	0	/	/	0	0
	Sc. 3	0	0	0	0	/	/	0	0
C ₇	Sc. 1	0	0	40	0	0	/	0	0
	Sc. 2	0	20	20	0	0	/	0	0
	Sc. 3	0	0	40	0	0	/	0	0
C ₈	Sc. 1	0	0	0	0	/	/	0	0
	Sc. 2	0	0	0	0	/	/	0	0
	Sc. 3								
Coût	Sc. 1	7060							
	Sc. 2	13620							
	Sc.3	7260							

donc le coût associé à la solution proposée. Cela montre donc l'importance de bien prendre compte les marges des différents produits lors de la prise de décisions quand au dimensionnement de la flexibilité d'un système de production, ceci conduisant à effectuer une hiérarchisation entre les différents éléments vendus. Cependant celle-ci ne doit pas se faire uniquement par l'intermédiaire des marges mais également au regard d'un certain nombre d'autres éléments (opportunité de conquérir de nouveaux marchés...). Ceci peut être réalisé dans notre modèle par la modification des coûts associés aux arcs de type A_5 . Les tests présentés dans cette partie ont surtout eu pour but d'illustrer le fonctionnement du modèle. Dans un cadre réel, ceux-ci consisteraient à tester différentes configurations (liens entre les couples, différentes valeurs de flexibilité...) relativement à un ou plusieurs scénarios de charges (cadre du dimensionnement de la flexibilité) ou bien à tester la configuration réelle d'un système de production relativement à différents scénarios de demandes afin d'évaluer la robustesse.

6 CONCLUSION

Dans cet article, nous avons proposé une modélisation des systèmes de production permettant leur dimensionnement à long terme relativement à leur flexibilité volume, leur mixte flexibilité ainsi que leur stock. Ce problème a été représenté sous la forme d'un graphe flot maximal à coût minimal où le flot représente la part de la surcharge absorbée ou bien le volume de ventes perdues. Ceci permet de considérer les coûts d'utilisation des différents leviers mais aussi ceux relatifs à leur création. En effet, ceux-ci ne seront utilisés seulement si le gain escompté par leur utilisation est supérieur au coût engendré (contraintes de capacités minimales dans le graphe). De plus, dans le cas où toute la surcharge ne peut être satisfaite, un arbitrage économique entre les différents produits est effectué afin de répartir de façon optimale les pertes de ventes.

Outre, le dimensionnement des leviers de flexibilité, le modèle offre la possibilité de tester la robustesse d'un système vis-à-vis de son environnement et permet ainsi aux décideurs, de prendre la décision, ou non, de modifier la configuration existante du système de production considéré. Ce type d'utilisation est notamment permis par sa rapidité de résolution (inférieur à 2 secondes pour tous les cas testés). Une des originalités du modèle est de permettre la prise en compte des liens entre usines mais également ceux apparaissant au sein même de ces dernières. Les travaux présentés ici peuvent être améliorés de différentes façons. Tout d'abord, il serait intéressant d'adapter le modèle à une utilisation multi-période afin de se rapprocher de la démarche de planification stratégique de bon nombre d'entreprises. Il serait également intéressant, à titre informatif, de comparer les performances de résolution du graphe par le modèle linéaire avec celle issue de l'utilisation d'un algorithme de Busacker et Gowen modifié afin de tenir compte des capacités minimales.

Notons, que notre modèle se veut, volontairement, générique et peut donc être adapté à tout type de système de production en ajoutant éventuellement quelques leviers de flexibilité.

7 REFERENCES

Adam, E.E., Swamidass P.M.,(1989) Assessing operations management from a strategic perspective. *Journal of*

Management 15 (2), pp. 181-203.

- Andreou, S.A., (1990) A capital budgeting model for product-mix flexibility. *Journal of Manufacturing and Operations Management* (3), pp. 5-23.
- Beach, R., Muhlemann, A.P., Price, D.H.R., Paterson, A., Sharp, J.A., (2000) A review of manufacturing flexibility. *European Journal of Operational Research*, 122, pp. 41-57
- Bertrand J.W.M., (2003) Supply Chain Design: Flexibility Considerations. Handbooks in OR & MS, Vol 11, A.G. de Kok and S.C. Graves, Eds.
- Browne J., Dubois D., Rathmill K., Sethi P., Stecke K.E., (1984) Classification of flexible manufacturing systems. *The FMS Magazine* 2 (2), pp. 114-117.
- Chen Z.L., Li S., Tirupati D., (2002) A scenario-based stochastic programming approach for technology and capacity planning. *Computers & Operations Research*, pp.29781-29806
- Gerwin D.,(1993) Manufacturing flexibility : A strategic Perspective. *Management Science*, Vol 39, No 4, April
- Gong Z., (1998) An economic evaluation model of supply chain flexibility. *European Journal of Operational Research* 184, pp. 745-758.
- Gupta D.,Gerchak Y., Buzacott J. A., (1992) *International Journal of Production Economics*, 28, pp. 309-319
- Gustavsson, S.O., (1984). Flexibility and Productivity in Complex Production Processes. *International Journal of Production Research*, Vol 22, No 5, pp. 801-808.
- Koste L.L, Malhotra M.K., A theoretical framework for analyzing the dimensions of manufacturing flexibility , *Journal of Operations Management* 18, pp. 75-93 .
- Melo M.T., Nickel S., Saldanha-da-Gama F., (2009). Facility location and supply chain management –A review. *European Journal of Operation Research* 196, pp 401-412.
- More D., Subash Babu A., (2009) Supply chain flexibility: a state-of-the-art survey. *International Journal of Services and Operations Management*, 5(1), pp. 29 – 65.
- Shewchuk J. P., Moodie C. L.,(1998). Definition and Classification of Manufacturing Flexibility Types and Measures. *The international Journal of Flexible Manufacturing Sytems*, 10, pp. 325-349.
- Sethi A.K, Sethi S.P., (1990) Flexibility in Manufacturing: A survey, *The International Journal of Flexible Manufacturing Systems* 2, pp. 289-328
- Simchi-Levi D., Kaminsky P., Simchi-Levi E., (2004). *Managing the Supply Chain: The Definitive Guide for the Business Professional*, McGraw-Hill, New-York.
- Stecke, K.E., (1984). Design, planning, scheduling and control problems of flexible manufacturing systems. *In Proceednigs of First ORSA/TIMS Special Interest Conference of Flexible Manufacturing Systems*.
- Upton, D. M., (1994) The management of manufacturing flexibility, *California Management Review* Winter, pp. 72-89
- Van Mieghem J.A., (1998) Investment Strategies for Flexible Resources, *Management Science*, 44, pp. 1071-1078.
- Vokurka, R. J., O'Leary-Kelly S. W., (2000). A review of empirical research on manufacturing flexibility, *Journal of Operations Management*, pp. 485-501.