# Un algorithme de séparation et d'évaluation pour la localisation des établissements commerciaux dans un environnement concurrentiel

NASREDDINE SAIDANI[1], HAOXUN CHEN[1], FENG CHU[2]

[1] Laboratoire d'Optimisation des Systèmes Industriels
Institut Charles Delaunay and UMR CNRS STMR 6279
UNIVERSITE DE TECHNOLOGIE DE TROYES
12 rue Marie Curie - BP 2060 10010 Troyes Cedex, France
{nasreddine.saidani, haoxun.chen}@utt.fr

[2] IBISC, FRE CNRS 3190, UNIVERSITE D'EVRY VAL D'ESSONNE
40 Rue du Pelvoux, CE1455 Courcouronnes 91020 Evry Cedex, France
feng.chu@ibisc.univ-evry.fr

***Résumé* - L'installation d'un nouvel établissement commercial sur un marché et l'attraction qu'il exerce sur les clients de ce dernier, stimule la réaction des autres établissements offrants les mêmes produits ou services. La localisation et la conception de la qualité de service du nouvel établissement doit prévoir les réactions des concurrents pour optimiser sa part de marché. Puisque la relocalisation d'un établissement existant est très cher, les établissements déjà installés peuvent seulement améliorer leurs qualités pour rivaliser avec le nouvel établissement afin de réduire au minimum la perte de leurs parts du marché. Cet article présente une nouvelle méthode qui prend en compte les réactions des établissements déjà sur le marché pour un problème de la localisation des établissements commerciaux. La méthode proposée est basée sur un algorithme de séparation et d'évaluation pour la recherche des meilleurs emplacements pour les nouveaux établissements et l'équilibre de Nash pour déterminer leurs meilleures qualités qui considèrent les décisions des autres concurrents.**

***Abstract* - When a retail firm locates a new facility in a network and begins attracting customers in an existing market, it will typically stimulate certain reactions of other firms offering the same goods or services. To maximize its market share by optimizing its location and quality design decisions, the entering facility must anticipate the reactions of the facilities already present in the market. Since the relocation of an existing facility is expensive, the competitors usually improve their qualities to compete with the new facility so as to minimize their market share loss. This paper presents a new method that takes into account the reactions of the facilities already existed for a discrete competitive facility location and design problem. The method proposed uses a branch and algorithm to search for optimal locations of new facilities and uses Nash equilibrium to determine the best quality of each facility.**

***Mots clés* - localisation et conception de la qualité de service, équilibre de Nash, algorithme de séparation et d'évaluation.**
***Keywords* - competitive facility location and design, Nash equilibrium, Branch and bound.**

## 1 INTRODUCTION

La décision de localisation est devenue un élément majeur des stratégies des entreprises commerciales et industrielles vu les investissements importants débloqués pour l'implantation d'un établissement et l'impact de son emplacement sur l'attraction des clients. Deux difficultés viennent compliquer cette décision; d'une part la concurrence s'exacerbe sur de nombreux marchés et la décision d'implantation doit en tenir compte, et d'autre part de plus en plus de commerces appartiennent à de grandes chaînes, ce qui impose une approche dite de localisation simultanée de plusieurs établissements.

Le premier article qui traite le problème de localisation des établissements dans un environnement concurrentiel est celui de Hotelling [Hotelling, 1929] qui a étudié le problème de localisation avec concurrence sur un marché linéaire. Hakimi [Hakimi, 1983], [Hakimi, 1986] et [Hakimi, 1990] a formulé le problème sur réseau. Drezner [Drezner, 1982] a traité le problème de localisation sur un plan. Toutes ces formulations sont proposées dans l'hypothèse que chaque client fréquente l'établissement le plus proche, cette hypothèse ne reflète pas la réalité. Pour avoir des modèles plus réalistes, Huff [Huff, 1964] et [Huff, 1966] a introduit le modèle gravitationnel pour modéliser le comportement des clients dans le choix des établissements à fréquenter. Drezner [Drezner, 1994] et Plastria [Plastria, 1992] ont étudié le problème de localisation d'un seul établissement sur plan en utilisant le modèle d'attraction de clients proposé par Huff. Le modèle correspondant au problème avec plusieurs nouveaux établissements a été étudié par Drezner [Drezner, 1995]. L'étude du problème de localisation de plusieurs établissements sur un espace discret basé sur le modèle de Huff [Huff, 1964] a également attiré un grand intérêt des entreprises dans la grande distribution (Achabal et al [Achabal et al., 1982], Ghosh and Craig [Ghosh and Craig, 1984], [Ghosh and Craig, 1987], [Ghosh and Craig, 1991] et [Ghosh et al., 1995]). Il existe d'autres études dans ce domaine tel que l'étude de Drezner et Salhi [Drezner et Salhi, 2002]. Plusieurs modèles de localisation dans un environnement concurrentiel sont proposés dans la littérature ; voir les articles de Eiselt et Laporte [Eiselt et Laporte, 1996], Eiselt et al [Eiselt et al., 1993] et Plastria et Carrizosa [Plastria et Carrizosa 2001] pour plus d'informations.

La prise en compte des réactions des concurrents dans la localisation des établissements a été étudiée par Tobin et al [Tobin et al., 1995] et Miller et al [Miller et al., 1996]. Ils ont considéré la localisation des installations industrielles sur un réseau caractérisé par l'existence des concurrents. Ils ont proposé un modèle d'équilibre économique pour décrire la compétition existante dans le réseau en termes des prix, des demandes, des niveaux de production et de livraison. Le modèle d'équilibre est donné par un ensemble d'inéquations variationnelles. Saidani et al [Saidani et al., 2010] ont étudié le problème de localisation et la conception de la qualité d'un nouvel établissement avec prise en compte les réactions des concurrents sur un espace continu (un plan) et pour objectif de maximiser le profit de l'établissement. Ils ont proposé une méthode à deux étapes. Dans l'étape de conception de qualité, le problème du choix des qualités des établissements est modélisé sous forme d'un jeu non coopératif à plusieurs joueurs. Les qualités qui maximisent les profits et assurent un situation d'équilibre sont données par l'équilibre de Nash. Dans l'étape de choix de l'emplacement du nouvel établissement, les variables de qualité dans le modèle du problème de localisation sont remplacées par les expressions mathématiques des qualités qui assurent l'équilibre de Nash trouvées dans l étape précédente. Le meilleur emplacement du nouvel établissement maximisant son profit est ensuite trouvé par la résolution du modèle par une méthode d'optimisation globale.

Dans cette étude nous étudions un problème de location et de conception de qualité de plusieurs nouveaux établissements sur un espace discret (un réseau). Nous prenons en compte également les réactions des concurrents dans la résolution du problème. Ces établissements présentent dèja sur le réseau appartenant à un seul ou à plusieurs entreprises. Au lieu de maximiser le profit, l'objectif du problème est de maximiser la part du marché des nouveaux établissements avec une contrainte de budget sur la création et la mise en place des stratégies de qualité des établissements. Une nouvelle formulation du problème est proposée pour intégrer cette contrainte de budget. Pour la résolution du problème on propose une méthode exacte basée sur un algorithme de séparation et d'évaluation couplée avec un algorithme pour calculer l'équilibre de Nash.

L'efficacité de la méthode proposée est évaluée par des tests numériques. Les instances testées sont générées aléatoirement. Les résultats des tests montrent que la méthode est efficace en termes de temps de calcul pour les instances de petite et moyenne taille.

## 2 DESCRIPTION ET FORMULATION DU PROBLEME

Une entreprise commerciale décide d'ouvrir un certain nombre d'établissements sur un marché tout en respectant le budget débloqué pour cette opération. L'entreprise a le choix d'ouvrir ses établissements dans $p \in P$ sites potentiels. Le coût fixe d'ouvrir un établissement au site potentiel $j$ avec la qualité basique correspondante est $f_j$. Dans le marché où les établissements sont à localiser, il existe $m$ établissements déjà installés qui offrent les mêmes produits ou services que les nouveaux établissements et appartenant aux concurrents de l'entreprise. Les emplacements et les qualités des établissements déjà installés sont connus. La demande de clientèle est dispersée sur $n$ points de demande, dont on connaît les emplacements et les quantités.
La notation suivante est utilisée plus tard:

### *2.1 Indices*

$i$ indice d'un point de demande $i = 1, \cdots n$

$j$ indice d'un établissement existant ou d'un site potentiel

### *2.2 Variables*

$y_j$ : l'amélioration du niveau de qualité à partir du niveau basique pour un nouveau établissement ou un établissement déjà sur le marché.

$x_j$ : variable de décision qui est égale à 1 si un établissement est ouvert au site potentiel j et 0 sinon.

### *2.3 Paramètres*

$P$ : ensemble de sites potentiels

$C$ : ensemble des établissements déjà sur le marché

$S = P \cup C$ : ensemble de sites potentiels et d'établissements déjà sur le marché

$N$ : ensemble discret des points de demande, $N = \{1, 2, \cdots, n\}$

$\omega_i$ : demande du point $i \in N$

$d_{ij}$ : distance entre le point de demande $i$ et l'emplacement $j$, $i \in N$, $j \in S$

$\alpha_j$ : niveau basique de la qualité pour un établissement au site potentiel $j \in P$

$\alpha_j$ : qualité de l'établissement existant $j \in C$

$\beta$ : paramètre de sensibilité de la distance, $\beta \geq 1$

$\lambda$ : paramètre de sensibilité de la qualité, $\lambda \geq 1$

$f_j$ : coût fixe associé à l'ouverture d'un établissement avec le niveau basique de la qualité au site $j \in P$

$c_j(y_j)$ : coût d'amélioration de la qualité de l'établissement $j$ de $y_j > 0$ unités

$B$ : budget disponible

$q_{\max}$ : niveau maximal de la qualité, $q_{\max} \geq \alpha_j$ pour tout $j$, $j \in S$

*2.4 Divers*

$A_j(q_j)$ : l'attraction de l'établissement $j$ qui dépend de sa qualité $q_j$

$u_{ij}$ : l'utilité du point de demande $i \in N$ pour l'établissements $j \in S$

$u_i$ : l'utilité totale du point de demande $i$ sur le marché, $i \in N$

$MS_{ij}$ :la part de la demande de $i$ capturée par l'établissement $j$.

L'attraction $A_j(q_j)$ est définie comme suit :

La qualité est déterminée par un certain nombre d'attributs de l'établissement tel que la taille de l'établissement, le nombre de places de parking, etc. L'attraction d'un établissement est une fonction de sa qualité. Si un établissement est ouvert avec la qualité basique au site potentiel $j$, la valeur da la variable de qualité correspondante $y_j = 0$. Une valeur positive de la variable $y_j$ est interprétée comme le niveau d'amélioration de la qualité à partir du niveau basique. L'attraction $A_j$ de l'établissement $j$ est définie par

$$A_j(q_j) = q_j^{\lambda} = (\alpha_j + y_j)^{\lambda}$$

Pour modéliser le comportement des clients dans le choix des établissements à fréquenter, un modèle d'interaction spatiale est utilisé. Ce modèle fait l'hypothèse que l'utilité $u_{ij}$ s'écrit comme le rapport d'une fonction croissante de l'attraction $A_j$ de l'établissement $j$ et une fonction décroissante de la distance $d_{ij}$. On opte pour un modèle de type MCI (Multiplicative Competitive-Interaction de Nakanishi et Cooper) et utilise la forme produit de la fonction d'utilité

$$u_{ij} = A_j d_{ij}^{-\beta} \qquad (1)$$

Supposant que les fonctions d'attractions de tous les établissements déjà installés sur le marché soient connues par tous autres établissements, on peut déterminer

$$u_i = \sum_{j \in S} u_{ij} \qquad (2)$$

Suivant le modèle d'interaction spatiale, la part de marché de l'établissement $j$ de la demande du client $i$, $MS_{ij}$ est donnée par

$$MS_{ij} = \frac{u_{ij}}{u_i} \qquad (3)$$

Avec les précédentes hypothèses, la formulation du problème de localisation et de conception de la qualité des établissements dans un environnement concurrentiel est donnée comme suit:

$$\text{Max} \sum_{i \in N} \sum_{j \in P} \omega_i MS_{ij}$$

Sous les contraintes $\sum_{j \in P} \left[ c_j(y_j) + f_j x_j \right] \le B$

$y_j \le x_j(q_{\max} - \alpha_j),\ j \in P$,

$y_j + \alpha_j \le q_{\max},\ j \in C$

$x_j \in \{0,1\},\ y_j \in \Re^+$

L'objectif du problème est de maximiser la part du marché capturée par l'ensemble des nouveaux établissements.

La première contrainte assure que le budget disponible n'est pas dépassé. La seconde contrainte exige que la variable qualité $y_j$ soit égale à 0 s'il n'y a pas d'établissement ouvert au site $j$.

La formulation présentée précédemment est une généralisation des modèles d'interaction spatiale les plus connus dans la littérature et en particulier le modèle de Huff [3,4].

L'expression de $MS_{ij}$ figurant dans la fonction objectif est définie par les équations (1) (2) (3). En considérant ces équations, le modèle est réécrit comme suit:

$$\text{Max} \sum_{i \in N} \sum_{j \in P} \omega_i \frac{u_{ij}}{u_i} = \sum_{i \in N} \omega_i \frac{\sum_{j \in P} (\alpha_j + y_j)^{\lambda} d_{ij}^{-\beta}}{\sum_{j \in S} (\alpha_j + y_j)^{\lambda} d_{ij}^{-\beta}}$$

Sous les contraintes $\sum_{j \in P} \left[ c_j(y_j) + f_j x_j \right] \le B$

$y_j \le x_j(q_{\max} - \alpha_j),\ j \in P$,

$y_j + \alpha_j \le q_{\max},\ j \in C$

$x_j \in \{0,1\},\ y_j \in \Re^+$

L'objectif de chaque établissement déjà installé sur le marché est aussi de maximiser sa part du marché capturée. La fonction objectif de l'établissement $j \in C$ est:

$$\text{Max} \sum_{i \in N} \omega_i \frac{(\alpha_j + y_j)^{\lambda} d_{ij}^{-\beta}}{\sum_{j \in S} (\alpha_j + y_j)^{\lambda} d_{ij}^{-\beta}}, \qquad j \in C$$

## 3 METHODOLOGIE DE RESOLUTION

L'incorporation des réactions des établissements déjà sur le marché dans le modèle de la localisation et la conception de la qualité des nouveaux établissements permet aux nouveaux établissements de choisir leurs meilleurs emplacements et qualités tenant en compte des réactions des établissements déjà sur le marché. On propose une méthode à deux étapes pour résoudre le modèle. Dans la première étape, les nouveaux établissements décident leurs emplacements. Dans la deuxième étape, chaque établissement détermine sa meilleure qualité tenant en compte des décisions des autres établissements. Une méthode d'optimisation discrète est utilisée dans la première étape pour le choix de la meilleure configuration des emplacements des nouveaux établissements. La compétition entre tous les établissements dans la deuxième étape est modélisée sous forme d'un jeu non coopératif à plusieurs joueurs, la solution du jeu est donnée par l'équilibre de Nash. Les qualités qui assurent l'équilibre de Nash sont déterminées de la même manière que dans notre précédant travail [Saidani et al., 2010].

### *3.1 Équilibre de Nash*

Le processus de compétition entre établissements dans notre problème peut être modélisé comme un jeu non coopératif de qualité à plusieurs joueurs, avec l'intervalle $[0, q_{\max}]$ comme l'ensemble de stratégies de qualité de chaque joueur. Le besoin d'établir une situation d'équilibre, nous a conduit au choix de l'équilibre de Nash comme solution du processus de compétition. La solution de Nash est la meilleure réponse de chaque établissement aux choix de ses concurrents.

On peut déterminer l'équilibre de Nash en utilisant la méthode des meilleures réponses [Demange et Ponssard, 1994]; les valeurs optimales des $y_1, y_2, \cdots, y_n$ qui assurent l'équilibre de Nash vérifient la condition des dérivées du premier ordre [Demange et Ponssard, 1994], c'est-à-dire, la dérivée partiale de la fonction objectif de chaque établissement par rapport à sa variable de qualité est nulle, i.e., $\frac{\partial MS_j}{y_j} = 0, j \in S$. Pour déterminer les qualités qui assurent l'équilibre de Nash, il suffit de résoudre le système d'équations constitué des précédentes équations

*3.2 Schéma de la méthode de résolution*

Le schéma de la méthode de résolution proposée dans cet article est résumé par la procédure suivante

**Pour** chaque configuration possible des emplacements des nouveaux établissements X **Faire**

Trouver l'équilibre de Nash correspondant à la configuration X: $Q_X$ = Quality(X)

Calculer la part du marché capturée par les nouveaux établissements: $MS_X$ =market_share(X, $Q_X$)

**Si** ($MS_{best} < MS_X$), $MS_{best} = MS_X$

**Fin pour**

Déterminer le meilleur $MS_{best}$ et choisir la configuration X et les qualités correspondantes

La sous-procédure $market\_share()$ évalue la fonction objectif du modèle de localisation et de conception de la qualité qui est une fonction des emplacements des nouveaux établissements et des qualités de tous les établissements (nouveaux et existants). Ces qualités sont données par la sous-procédure $Quality()$.

La sous-procédure $Quality()$ est appelée pour déterminer les qualités de tous les établissements qui assurent l'équilibre de Nash du jeu de qualité décret précédemment. Pour chaque configuration des emplacements des nouveaux établissements , chaque établissement détermine sa meilleure qualité en considérant les choix de ses concurrents pour maximiser sa part du marché capturée. Le choix de chaque établissement est la meilleure réponse aux choix de ses concurrents.

*3.3 Algorithme de séparation et d'évaluation*

Le problème traité dans cet article est de nature stratégique. Il est donc préférable de trouver une solution exacte du problème. Pour ce faire, on propose un algorithme exact (algorithme de séparation et d'évaluation) pour la résolution du problème étudié.

3.3.1 L'algorithme

Pour déterminer les meilleurs emplacements des nouveaux établissements, on propose l'utilisation d'un algorithme de séparation et d'évaluation. L'algorithme adopté pour notre problème est présenté comme suit.

1. Calculer la borne inférieure pour MS
- $L = MS_{lb}(X_{init})$

2. Choisir la variable binaire qui n'a pas été fixée et séparer l'espace de solutions par rapport à elle. $x_{i1} = 1, x_{i2} = 0$.

3. Calculer la borne supérieure $U_j = MS_{ub}(x_{ij}), j = 1,2.$
- arrêter l'exploration d'un nœud (une solution partielle) si $U_j \le L$.

4. si toutes les variables sont fixées, Mettre à jour la borne inférieure pour MS
- $L_X = MS_{ub}(X)$
- mettre à jour la borne inférieure: $L = \max(L_X, L)$.

5. choisir une variable à fixer qui n'a pas été fixée encore et séparer l'espace de solutions par rapport à elle, et répéter les étapes 3 et 4

3.3.2 Règle de séparation

La règle de séparation appliquée dans l'algorithme de séparation et d'évaluation est d'ouvrir un établissement ou non dans un site potentiel. Par conséquent, la variable sélectionnée est fixée à 1 ou 0. Pour l'ordre de séparation des variables, on a choisi de fixer en premier la variable avec le coût fixe correspondant le plus grand. L'idée est de couper le plus tôt possible des nœuds qui violent la contrainte du budget.

3.3.3 Règle de sélection

La règle de sélection des nœuds est très importante pour améliorer l'efficacité de l'algorithme de séparation et d'évaluation en termes du temps de calcul et du mémoire requise. Pour notre algorithme on utilise la règle « en profonde d'abord ».

3.3.4 Borne supérieure

La borne supérieure pour chaque nœud est calculée de la manière suivante.

On suppose que pour chaque établissement déjà sur le marché il n'y ait pas d'amélioration de sa qualité pour récupérer la part du marché perdu au profit des nouveaux établissements et que les qualités des nouveaux établissements soient au maximum i .e à $q_{\max}$. Pour assurer qu'on obtient une borne supérieure, la contrainte du budget est relaxée de telle sorte qu'elle ne contienne que les coûts fixes. Avec les précédentes hypothèses, la part du marché capturée par les nouveaux établissements est maximale.

La fonction objectif des nouveaux établissements est non linéaire, cependant si on ne considère dans le dénominateur de la fonction que les établissements existants et les sites où l'ouverture d'un établissement est déjà décédé, la fonction objectif sera linéaire. Le programme linéaire pour obtenir la borne supérieure peut donc s'écrire comme suivant

$$\text{Ub=Max} \sum_{i \in N} \omega_i \frac{\sum_{j \in P} q_{\max}{}^{\lambda} d_{ij}{}^{-\beta} x_j}{\sum_{j \in C} \alpha_j{}^{\lambda} d_{ij}{}^{-\beta}}$$

Sous les contraintes $\sum_{j \in P} \left[ f_j x_j \right] \le B$

$x_j \in \{0,1\},$

Pour résoudre ce problème on peut utiliser n'importe quel logiciel dédié pour la programmation linéaire en nombre binaire.

3.3.5 Borne inférieure

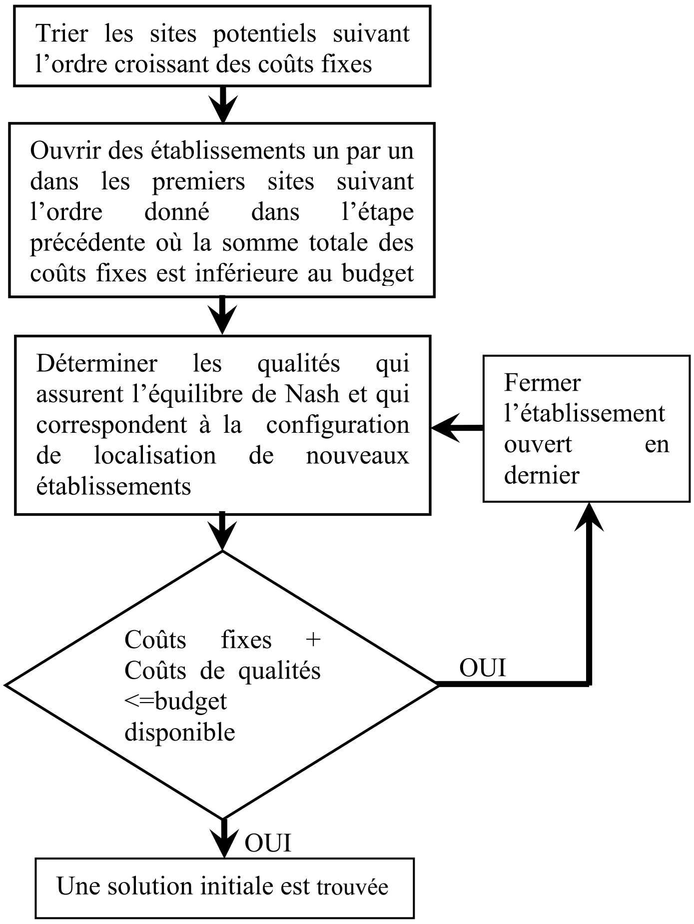
La borne inférieure est calculée seulement au niveau des feuilles de l'arbre de l'algorithme de séparation et d'évaluation (lorsque toutes les variables sont fixées) de la manière suivante. Après que toutes les variables soient fixées et une configuration des emplacements des nouveaux établissements est déterminée, les qualités des établissements qui assurent l'équilibre de Nash correspondant à cette configuration sont déterminées. La borne inférieure est la valeur de la fonction objectif du problème avec la configuration considérée et les qualités correspondantes à l'équilibre de Nash trouvées.

Pour trouver une borne inférieure initiale, on a besoin d'une solution initiale

### 3.3.5.1 Solution initiale

Pour trouver une solution initiale et par conséquent une borne inférieure de l'algorithme de séparation et d'évaluation, on propose une heuristique décrite ci-après. Le principe de l'heuristique est d'ouvrir le maximum nombre d'établissements pour augmenter la chance de capturer la plus grande part du marché.

L'heuristique est la suivante:




## 4 RESULTATS NUMERIQUES

Nous avons conduit une série d'expériences pour évaluer la performance de la méthode proposée. Pour cela, l'algorithme de séparation et d'évaluation proposé est codé sous C ++ qui appelle une procédure codée sous Matlab pour calculer les qualités des établissements qui assure l'équilibre de Nash pour chaque configuration des emplacements des nouveaux établissements. Pour trouver la borne supérieure, l'algorithme fait appelle à Cplex pour résoudre le programme linéaire en nombres binaires. Les résultats présentés sont obtenus sur un PC doté d'un processeur Intel core 2 Duo 2.4GHz et de 2 GB de mémoire et Windows XP comme système d'exploitation.

Pour évaluer la performance de l'algorithme de séparation et d'évaluation proposée, on l'a testé sur 12 ensembles de 10 instances générées aléatoirement. Chaque ensemble est spécifié par le nombre de sites potentiels (5, 10 et 30), le nombre d'établissements déjà installé sur le marché (10 et 20) et le nombre de points de demandes (20 et 50). Le tableau suivant donne le temps de calcul moyen, le nombre moyen et maximal des nœuds explorés par l'algorithme pour chaque ensemble d'instances.

Pour toutes les instances générées, la demande $\omega_i$ à chaque point de demande est générée aléatoirement dans l'intervalle [0, 10], les emplacements des sites potentiels, des établissements déjà installés sur le marché et des points de demandes sont générés aléatoirement dans un plan de [0, 50]× [0, 50]. Les qualités des établissements existants sont générées dans l'intervalle [1, 10], le niveau basique de la qualité à chaque site potentiel est générée dans [1, 5], les coûts des qualités sont générés dans [2, 50] et le coût fixe à chaque site potentiel est généré dans [50,200]. Les paramètres de sensibilité $\lambda = \beta = 1$. Le budget disponible $B$ =600.

**Tableau 1. Tableau des résultats**

| Nombre de sites potentiels | Nombre d'établisse-ments existants | Nombre de points de demande | Algorithme de séparation et d'évaluation | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | Temps de calcul moyen | Nombre moyen de nœuds explorés | Nombre maximal de nœuds explorés |
| 5 | 10 | 20 | 5.64 | 12.7 | 20 |
| | | 50 | 11.29 | 15.2 | 17 |
| | 20 | 20 | 16.4 | 8.7 | 14 |
| | | 50 | 43.14 | 9.3 | 13 |
| 10 | 10 | 20 | 39.55 | 189.4 | 299 |
| | | 50 | 80.76 | 211.4 | 265 |
| | 20 | 20 | 45.07 | 150.25 | 240 |
| | | 50 | 89.5 | 185.6 | 252 |
| 30 | 10 | 20 | 2007 | 22275.6 | 54944 |
| | | 50 | 5600.2 | 40090.2 | 75986 |
| | 20 | 20 | 2028.8 | 23606.3 | 61234 |
| | | 50 | 10039 | 45515.3 | 78967 |

A partir de ce tableau, on constate que les temps de calcul de l'algorithme accroissent avec les nombres d'établissements existants et de points de demande mais pas considérablement contrairement avec le nombre de sites potentiels où ils accroissent d'une façon exponentielle. On remarque que le nombre moyen de nœuds explorés est plus important quand le nombre d'établissements déjà sur le marché est plus petit ; ça est du au choix de la borne supérieure pour notre algorithme, où on a borné la fonction objectif qui n'est pas linéaire avec une fonction linéaire pour pouvoir résoudre le problème pour obtenir une borne supérieure.

La méthode développée dans cet article est efficace sur des problèmes de petite et moyenne taille et plus adaptée pour les problèmes où le nombre d'établissements sur le marché est plus important que le nombre de sites potentiels.

## 5 CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Dans ce travail nous avons traité le problème de localisation et de la conception de la qualité des nouveaux établissements sur un espace discret. Nous avons proposé une méthode de résolution exacte basée sur l'algorithme de séparation et d'évaluation couplée avec un algorithme pour calculer l'équilibre de Nash qui permet de prendre en compte les réactions des établissements déjà sur le marché..

La méthode développée dans cet article est efficace pour des instances de petite et moyenne taille et donc plus adaptée pour le problème où le nombre d'établissements sur le marché est plus important que le nombre de sites potentiels. Le travail présenté dans ce papier peut être améliorer par :

1. Proposer une méta-heuristique telle que l'algorithme génétique pour les problèmes de grande taille.

2. En plus des réactions des établissements déjà sur le marché, considérer les décisions des autres nouveaux établissements.

Ceux-ci seront nos futurs travaux.

## 6 REFERENCES


Achabal, D., Gorr, W.L., Mahajan, V., (1982) MULTILOCC, a multiple store location decision. Journal of Retailing, 58, pp. 5-25.

Demange, G., Ponssard, J.-P., (1994) Théorie des jeux et analyse économique. Presses Universitaires de France - PUF.

Drezner T., Salhi, S., (2002) Solving the multiple competitive facilities location problem. European Journal of Operational Research, 142, pp. 138-151.

Drezner, T., (1994) Optimal continuous location of a retail facility, facility attractiveness and market share: An interactive model. Journal of retailing, 70, pp. 49-64.

Drezner, Z., (1982) Competitive location strategies for two facilities. Regional Science and Urban Economics, 12, pp. 485-493.

Drezner, Z., (1995) Facility location: A survey of applications and methods, Springer.

Eiselt, H.A., Laporte, G., (1996) Sequential location problems. European Journal of Operational Research, pp. 217-231.

Eiselt, H.A., Laporte, G., Thisse, J.F., (1993) Competitive location models: A framework and bibliography. Transportation Science, 27, pp. 44-54.

Fernandez, J., Pelegrin, B., Plastria, F., Toth B., (2007) Solving a huff-like competitive location and design model for profit maximization in the plane. European Journal of Operational Research, 179, pp. 1274-1287.

Ghosh, A., Craig, C.S., (1984) A location-allocation model for facility planning in a competitive environment. Geographical analysis, 20, pp. 39-51.

Ghosh, A., Craig, C.S., (1987) location strategies for retail and service firms, Lexington.

Ghosh, A., Craig, C.S., (1991) FRANSYS: a franchise location model. Journal of Retailing, 67, pp. 212-234.

Ghosh, A., McLafferty, S.L., Craig, C.S., (1995) Multifacility retail network, Springer: Verlag.

Hakimi, S., (1983) On locating new facilities in a competitive environment. European Journal of Operational Research, 12, pp. 29-35.

Hakimi, S., (1986) p-median theorems for competitive locations. Annals of Operations Research, 5, pp. 77-98.

Hakimi, S., (1990) Locations with spatial interactions: Competitive locations and games, Wiley interscience.

Hotelling, H., (1929) Stability in competition. The Economic Journal, 39, pp. 41-57.

Huff, D.L., (1964) Defining and estimating a trading area. Journal of Marketing, 28, pp. 34-38.

Huff, D.L., (1966) A programmed solution for approximating on optimum retail location. Land Economics, 42, pp. 293-303.

Miller, T., Friesz, T., Tobin, R., (1996) Equilibrium facility location on networks, Springer.

Plastria, F., (1992) GBSSS: The generalized big square small square method for planar single-facility location. European Journal of Operational Research, 62, pp. 163-174.

Plastria, F., Carrizosa, E., (2001) Location and design of a competitive facility for profit maximization. Report BEIF/121, Vrije Universiteit Brussel, Brussels, Belgium

Redondo J.L., Fernandez, J., Garcia I., Ortigosa, P. M., (2009) Sensitivity analysis of a continuous multifacility competitive location and design problem. Business and economics, 17, pp. 347-365.

Saidani, N., Chu, F., Chen, H., (2010) Competitive facility location and design model with reaction of competitors already in the market. *EURO Conference*, Lisbonne, Portugal, juillet.

Tobin, R.L., Miller, T., Friesz, T.L., (1995) Incorporating competitors' reactions in facility location decisions: a market equilibrium approach. Location science, 3, pp. 239-253.Toth, B., Fernandez, J., Pelegrin, B., Plastria, F., (2009) Sequential versus simultaneous approach in the location and design of two new facilities using planar huff-like models. Computers & Operations Research, 36, pp. 1393-1405.