

Modélisation de la chaîne logistique en utilisant les réseaux de Petri continus

Nesrine SMATA¹, Cherif TOLBA², Dalila BOUDEBOUS¹, Senouci BENMANSOUR¹, Jaouad BOUKACHOUR¹

¹ CERENE, Université du Havre
25 rue P. Lebon, 76063 Le Havre, France
smata.nesrine@gmail.com, {boudebous, benmansour, boukachour}@univ-lehavre.fr

² Université d'Annaba
23000 Annaba, Algeria
cherif.tolba@laposte.net

Résumé - Différents outils et approches sont utilisés pour la modélisation des chaînes logistiques notamment les réseaux de files d'attente, les systèmes multi agents, les modèles mathématiques, la simulation discrète ...etc. Dans ce contexte, la littérature mentionne quelques travaux utilisant les réseaux de Petri (RdP) pour la modélisation et l'analyse de performances des systèmes dynamiques à événements discrets tels que les systèmes de production. Cependant, peu de travaux utilisent cet outil pour la modélisation de la chaîne logistique globale, en prenant en compte tous les aspects d'une chaîne. Dans le but de compléter les travaux existants nous proposons d'appliquer l'outil RdP pour la modélisation de la chaîne logistique tout en étendant le modèle RdP continu à vitesses variable (RdPCV) du trafic routier à l'étude du comportement dynamique du flux physique au sein d'une chaîne logistique. En effet, nous transposons les concepts développés sur le trafic vers la chaîne logistique en exploitant les similarités entre le transfert du flux de produits dans une chaîne logistique et celui de transfert du flux de véhicules sur un réseau routier.

Abstract- Different tools and approaches are used for the modeling of the supply chains, in particular the Networks of queues, the multi-agents systems, the mathematical models, the discrete simulation.... In this context, the literature mentions some works using Petri nets for modeling and performance analysis of Discrete Event Dynamic Systems (DEDS) such as production systems. However, few works were interested in the modelling of the global supply chain by taking into account all aspects of a chain. In order to complement existing work, we propose to apply the Petri nets (PN) tool for the supply chain modelling while we extend the PN model of traffic flow to study the dynamic behavior of physical flow on supply chain. Indeed, we realize this extension through the exploitation of the similarities between the two areas.

Mots clés - Chaîne logistique, modélisation, simulation, réseaux de Petri, trafic routier.

Keywords - supply chain, modeling, simulation, Petri nets, traffic flow.

1 INTRODUCTION

D'un point de vue flux, une chaîne logistique se présente comme un réseau de stations de transformation et de stockage interconnectées par les voies de transfert empruntées par les produits, à l'image d'un réseau routier emprunté par les véhicules... Ainsi dans les deux cas on est confronté au même problème de la "fluidité du trafic", résoluble par la mise en place d'une gestion efficace de flux. Ce qui requiert une bonne compréhension des mécanismes sous-jacents et des principales variables d'actions.

Si la discipline de la modélisation du trafic routier a été bien avancée et elle fait l'objet d'un corpus théorique complet, la modélisation en chaîne logistique est encore jeune et n'est pas complètement achevée. En effet, depuis une cinquantaine d'années, une intense activité de recherche est consacrée au phénomène du trafic routier. Des travaux très variés ont été consacrés et plusieurs théories ont été bâties pour modéliser l'écoulement de la circulation routière [Gartner et al, 1987]. Parmi ces théories citons : la théorie de l'hydrodynamique où

l'analogie avec les fluides incompressibles s'est transformée en théorie des flux de trafic [Wardrop, 1952; Newell, 1955; Lighthill et Whitham, 1955; Richards, 1956; Edie et Foote, 1958], la théorie des files d'attente qui s'intéresse principalement aux processus d'arrivée et de départ des véhicules dans des points particuliers du réseau [Webster, 1958], et la théorie du véhicule-suiveur qui s'est attachée à étudier la façon dont réagit un véhicule par rapport aux mouvements des autres véhicules sur sa voie [Chandler et al., 1958]. Les efforts de recherche, depuis lors, se sont poursuivis, émanant de plus en plus de diverses disciplines, notamment de l'ingénierie, de la physique, des mathématiques,..., et récemment de l'informatique et de l'automatique. Plusieurs théories et outils ont été empruntés à ces différentes disciplines, et sont adaptés pour reproduire les caractéristiques du trafic routier. A cet égard, citons : les réseaux de Petri [Di Febrarro et Sacone, 1998 ; Tolba et al., 2005] qui présentent de grandes promesses pour concevoir et gérer aussi les chaînes logistiques. En effet, plusieurs similitudes entre les chaînes

logistiques et les réseaux routiers favorisent l'utilisation de cet outil pour la modélisation et le pilotage des chaînes logistiques.

Dans ce contexte, la littérature mentionne quelques travaux utilisant les RdP pour la modélisation et l'analyse de performances des systèmes dynamiques à événements discrets tels que les systèmes de production. Cependant, peu de travaux se sont intéressés à la modélisation de la chaîne logistique globale, en prenant en compte tous les aspects d'une chaîne. Dans le but de compléter les travaux existants nous proposons ici une approche modulaire pour la modélisation de la chaîne logistique tout en utilisant les similarités entre le transfert du flux de produits dans une chaîne logistique et celui de transfert du flux de véhicules sur un réseau routier.

2 PRINCIPES DE LA MODELISATION DU TRAFIC ROUTIER

Les différentes études menées pour cerner le phénomène du trafic ont conduit à définir des paramètres caractéristiques, des variables descriptives et des équations mathématiques reliant ces différentes variables et paramètres, établissant ainsi des modèles de trafic qui permettent de traduire le comportement de la circulation aux différents niveaux de détails sur une section de route considérée. Selon le niveau de détail avec lequel les phénomènes de circulation sont décrits, les modèles de trafic sont principalement classés en deux catégories : les modèles microscopiques et les modèles macroscopiques [Buisson, 1996]. Les modèles microscopiques décrivent le comportement individuel des véhicules en fonction des conditions de trafic rencontrées. Généralement, cette classe de modèles représente chaque véhicule par son accélération, sa vitesse et sa position sur la route. D'autre part, les modèles macroscopiques considèrent la circulation comme un phénomène continu par analogie avec la mécanique des fluides dont l'objectif est de décrire le comportement dynamique global de la circulation, à travers des variables agrégées telles que le débit, la densité, et la vitesse du flot de véhicules. La littérature mentionne plusieurs modèles de ce type, citons notamment : Le modèle du premier ordre ou modèle Lighthill-Whitham-Richards (désigné par l'abréviation LWR dans la suite) développé à partir des travaux de [Lighthill et Whitham, 1955; Richards, 1956], et les modèles d'ordre supérieur [Payne, 1971; Aw et Rascle, 2000; Zhang, 2002; Jiang et al., 2002] qui ont été développés dans le but de mieux décrire les phases transitoires de l'écoulement qui ne sont pas décrites correctement par le modèle LWR.

Ces modèles exploitent les concepts de base définissant un fluide compressible et approchent la dynamique des flots de véhicules par trois principes essentiels : la représentation continue, l'équation de conservation et l'équation d'équilibre appelée aussi diagramme fondamental.

Ces postulats sont traduits par trois lois d'écoulement décrivant l'état du trafic sur une section de route (cf. Figure 1) en fonction de la densité $\rho(x,t)$, le débit $\delta(x,t)$ et la vitesse $v(x,t)$ à tout instant t :

$$\delta(x,t) = \rho(x,t) \cdot v(x,t) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial \delta(x,t)}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$\delta(x,t) = f(\rho(x,t)) \quad (3)$$

(1) : La définition de la vitesse moyenne du flot de véhicules sur la route autour de x .

(2) : L'équation de conservation, exprimant le principe de conservation des véhicules sur la route.

(3) : L'équation d'équilibre appelée aussi diagramme fondamental, décrivant les états stationnaires du trafic (cf. Figure 2).

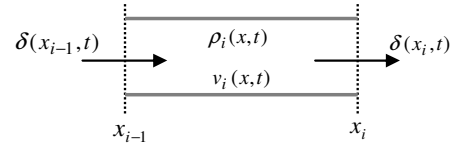


Figure 1. Schéma de principe d'un tronçon de route.

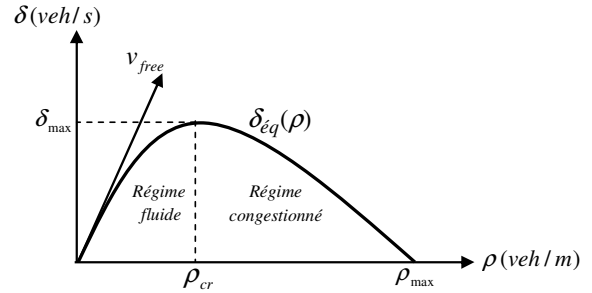


Figure 2. Diagramme fondamental en débit-densité du trafic routier.

Dans le but de compléter les modèles de trafic existants, certains travaux basant sur le formalisme des RdP [Tolba et al., 2005] ont été proposés dans l'objectif d'établir des modèles plus proches de la réalité, plus simples dans leurs représentations, et plus pratiques pour leurs implémentations.

3 MODELISATION DU TRAFIC ROUTIER PAR LES RESEAUX DE PETRI

La plupart des modèles macroscopiques du trafic développés sont issus de la théorie de l'hydrodynamique qui considère l'écoulement de la circulation comme un fluide incompressible. Or, dans la réalité, on constate certaines différences entre la circulation des flots de véhicules et l'écoulement des fluides, notamment l'instabilité du trafic, la congestion et le phénomène "arrêt-départ". D'autre part, la circulation du trafic est caractérisée par un mélange de comportements : continu sur les autoroutes et discret au niveau des intersections à feux. Partant de ce constat, les chercheurs ont fait appel à des outils issus de la théorie des systèmes à événements discrets, entre autres les RdP [Wang et al., 1993]. En effet, un RdP est connu comme étant un outil de modélisation graphique et mathématique [Murata et al., 1986] permettant de révéler ainsi des caractéristiques importantes d'un système concernant sa structure et son comportement dynamique.

Bien que de nombreuses extensions du RdP ont été développées (RdP discret, RdP continue, RdP hybride...etc.) où chaque extension apporte un élément de réponse à tel ou tel aspect de la complexité des systèmes étudiés [Ounnar, 1999], dans le cadre de notre étude, nous nous intéressons uniquement aux extensions de RdP continu [David et Alla, 1987].

3.1 Idée de base des RdP

Un Réseau de Petri (RdP) ordinaire est un graphe orienté comprenant deux types de nœuds, les places et les transitions, qui sont reliés par des arcs orientés. Les places correspondent à des variables d'état du système qui va être modélisé et les transitions à des événements ou à des actions qui vont

entraîner l'évolution des variables d'état du système.

Un RdP se définit par la paire $\langle N, m_0 \rangle$, avec $N = \langle P, T \rangle$,

$Pré, Post \rangle$ où :

$P = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ est un ensemble fini de n places.

$T = \{T_1, T_2, \dots, T_m\}$ est un ensemble fini de m transitions.

$Pré : P \times T \rightarrow \mathbb{IN}$ est la fonction de pré-incidence telle que $Pré(P_i, T_j)$ est le poids de l'arc dirigé de P_i vers T_j .

$Post : P \times T \rightarrow \mathbb{IN}$ est la fonction de post-incidence telle que $Post(P_i, T_j)$ est le poids de l'arc dirigé de T_j vers P_i .

m_0 est le vecteur de marquage initial dans lequel chaque place du RdP peut contenir k jetons ($k \in \mathbb{IN}$, \mathbb{IN} est l'ensemble des nombres naturels).

Formellement, la dynamique d'un RdP est définie par l'équation fondamentale suivante :

$$m = m_0 + w \cdot s \quad (4)$$

Où m représente le vecteur de marquage du RdP, w représente la matrice d'incidence (de dimension $n \times m$ éléments) définie par $w_{ij} = Post(P_i, T_j) - Pré(P_i, T_j)$, s désigne le vecteur caractéristique de la séquence de franchissement s réalisable à partir du marquage initial m_0 .

3.2 L'évolution d'un Réseau de Petri Continu

Contrairement aux RdP ordinaires ou temporisés [David et Alla, 1992], le nombre de marques dans les RdP Continus est un réel positif. Le franchissement s'effectue comme un flot continu en introduisant la notion de vitesse traduite par le nombre de marques franchies pendant une unité de temps.

Le franchissement d'une transition dans les RdP continus suit dans le cas général la loi régissant la dynamique du système étudié. Ainsi l'équation d'évolution (4) devient pour RdPCV comme suit:

$$\frac{dm(t)}{dt} = w \cdot x(t) \quad (5)$$

où $x(t)$ représente le vecteur des vitesses de franchissement des transitions en cours de franchissement à l'instant t .

Plusieurs modèles de RdP Continus ont été définis, ils sont différenciés par la façon de calculer les vitesses de franchissement des transitions $x(t)$: à vitesses constantes [David et Alla, 1992], à vitesses variables [David et Alla, 1992], avec des vitesses variables approximées par des fonctions exponentielles et des fonctions tangentes hyperboliques [Lefebvre et al., 1997], Asymptotique [Bail et al., 1991] et à Vitesses Fonction du Temps [Dubois et al., 1994]. Dans notre papier nous nous attacherons uniquement aux RdPs continus à vitesses variable (RdPCV).

La sémantique de la vitesse variable a été définie pour exprimer le flux de marques à travers les transitions continues de RdP. Selon cette sémantique, le flux de marques $x_i(t)$ qui traverse une transition continue T_i du RdP est majoré par la fréquence maximale de franchissement $x_{max i}$ de cette transition et il dépend du marquage des places en amont de la transition (cf. Figure 3) :

$$x_i(t) = x_{max i} \cdot \min_{P_i, P'_i \in {}^0T_i} (r_i, m_1(t), \dots, m_n(t), m'_{i+1}(t)) \quad (6)$$

r_i et 0T_i désignent respectivement le nombre de franchissements simultanés de la transition T_i et l'ensemble de ses places d'entrée $\{p_i, p'_i\}$.

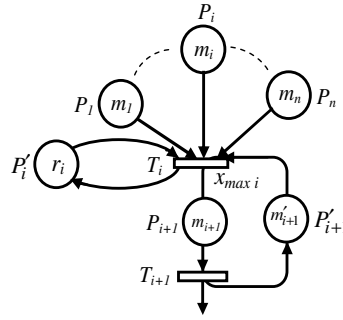


Figure 3. Vitesse de franchissement d'une transition dans un RdPCV

3.3 Modèle RdPCV du trafic routier

Dans ce paragraphe, nous présentons le modèle RdPCV [Tolba et al., 2005] permettant de modéliser l'écoulement du trafic sur une section routière. Ce modèle est inspiré de la théorie hydrodynamique [Lighthill et Whitham, 1955] avec une discrétisation spatiale adaptative (Le lecteur peut se référer à [Tolba et al., 2005] pour plus de détails). Pour ce modèle, une section de route est subdivisée en un nombre fini N de segments équidistants $[x_{i-1}, x_i]$ de longueur arbitraire $\Delta x_i, i = 1, \dots, N$ (cf. Figure 4). Le modèle RdPCV d'un segment $[x_{i-1}, x_i]$ est représenté dans la figure 5. L'écoulement du flot de véhicules d'un segment i au segment $(i+1)$ est représenté par la transition T_i . Le marquage $m_i(t)$ de la place P_i représente le nombre de véhicules présents sur le segment i , $n_i(t)$. La vitesse de franchissement $x_i(t)$ de la transition T_i traduisant le nombre de véhicules franchit par unité de temps représente pour sa part le débit $\delta_i(t)$. Chaque place P_i est associée à une place P'_i dont le marquage $m'_i(t)$ correspond au nombre d'emplacements disponibles dans le segment i . De plus chaque transition T_i est associée à une place P''_i qui permet de limiter le nombre de franchissements simultanés de T_i . Par conséquent le marquage m''_i est constant.

La conservation du nombre de véhicules $n_i(t)$ dans le segment i correspond à l'équation d'évolution du RdPCV :

$$\frac{dn_i(t)}{dt} = x_{i-1}(t) - x_i(t) \quad (7)$$

Cette dernière équation exprime la conservation des véhicules sur le tronçon de route considéré,

La vitesse de franchissement $x_i(t)$ de la transition T_i dépend non seulement du nombre de véhicules $m_i(t)$ présents, à un instant donné, dans le segment amont i mais aussi du nombre d'emplacements disponibles $m'_{i+1}(t)$ dans le segment aval $(i+1)$. Ainsi, le débit $x_i(t)$ est de la forme :

$$x_i(t) = x_{max i} \cdot \min(r_i, m_1(t), C_{i+1} - m_{i+1}(t)) \quad (8)$$

$x_{max i}$ représente la fréquence de passage maximale d'un flot de véhicules d'un segment à l'autre. Elle se définit comme l'inverse du temps nécessaire $d_{min i}$ pour que le flot de véhicules traverse le segment i en circulant à la vitesse maximale $v_{free i}$. Ainsi, par définition :

$$\begin{cases} x_{max i} = 1/d_{min i} \\ d_{min i} = \frac{\Delta x_i}{v_{free i}} \end{cases} \quad (9)$$

r_i (ou m_i') représente le nombre moyen de véhicules pouvant traverser simultanément, le segment i . Par conséquent :

$$r_i = \delta_{\max i} \cdot d_{\min i} \quad (10)$$

$\delta_{\max i}$ et C_{i+1} sont respectivement la valeur maximale du débit qui traverse le segment i et la capacité limitée du segment $(i+1)$.

$$\begin{cases} m_{i+1}(t) + m'_{i+1}(t) = C_{i+1} & \forall t \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, N \\ m''_i(t) = r_i \end{cases} \quad (11)$$

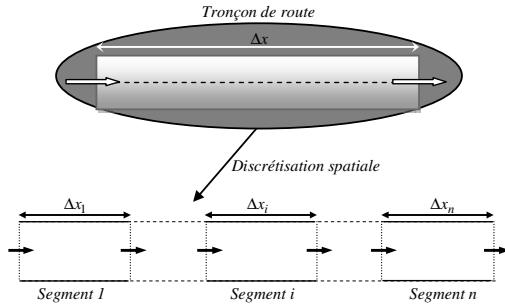


Figure 4. Discretisation spatiale du tronçon de route.

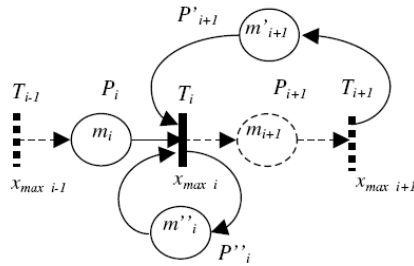


Figure 5. Le modèle RdPCV d'un segment de la route.

Le modèle RdPCV reproduisant le comportement du trafic sur toute l'infrastructure routière peut être ainsi obtenu intuitivement.

4 MODELISATION DE LA CHAÎNE LOGISTIQUE

La notion de la chaîne logistique, telle que nous l'appréhendons ici, désigne un système dynamique dont les composants sont les différents acteurs de la chaîne tels que les fournisseurs, les transporteurs, les producteurs, les distributeurs, les détaillants et les consommateurs [Tayur et al., 1999]. Ces composants sont reliés entre eux par les flux de matières de l'amont vers l'aval (dans le sens fournisseurs vers les clients) et par les flux d'informations dans les deux sens dont l'objectif est de produire et de distribuer la marchandise au bon endroit, au bon moment et de façon à obtenir la bonne quantité tout en minimisant les coûts et en assurant le niveau de service requis par le client final [Stadtler et Kilger, 2000]. Cette définition permet d'étendre la chaîne logistique au-delà des limites de l'entreprise, allant des fournisseurs des fournisseurs jusqu'aux clients des clients (cf. figure 6). Une chaîne logistique est donc le fruit des interactions de plusieurs acteurs, le nombre d'acteurs impliqués définit la structure et le type de la chaîne logistique. Afin de piloter plus efficacement la chaîne logistique, un nouveau concept « Supply Chain Management » a été développé. La nouveauté dans ce concept de gestion des chaînes logistiques est de revoir la chaîne dans sa globalité et d'améliorer les interactions entre ses différents acteurs afin d'obtenir une optimisation globale de l'ensemble de la chaîne.

La concrétisation de ce concept de gestion demande de définir de nouveaux modèles de représentation ainsi, d'utiliser des outils de modélisation et d'analyse appropriés.

Différents outils et approches sont utilisés pour la modélisation des chaînes logistiques notamment les réseaux de files d'attente [Cheyroux, 2003], les systèmes multi agents [Fox et al., 2000], les modèles mathématiques [Voudouris, 1996], la simulation discrète [Bause et al., 2001]...etc. Cette diversité peut s'expliquer par le grand intérêt scientifique porté pour la chaîne logistique, par la diversité des problèmes qu'elle soulève ou encore par sa complexité et les défis qu'elle ne cesse de soulever [Labadi, 2005]. Dans ce contexte, la littérature mentionne quelques travaux utilisant les RdP pour la modélisation et l'analyse de performances des systèmes dynamiques à événements discrets tels que les systèmes de production. Cependant, peu de travaux utilisent cet outil pour la modélisation de la chaîne logistique globale, en prenant en compte tous les aspects d'une chaîne. Dans le but de compléter les travaux existants nous proposons d'appliquer l'outil RdP pour la modélisation de la chaîne logistique tout en étendant le modèle RdPCV du trafic routier à l'étude du comportement dynamique du flux physique au sein d'une chaîne logistique. En effet, nous transposerons les concepts développés sur le trafic vers la chaîne logistique en exploitant les similarités entre le transfert du flux de produits dans une chaîne logistique et celui de transfert du flux de véhicules sur un réseau routier.

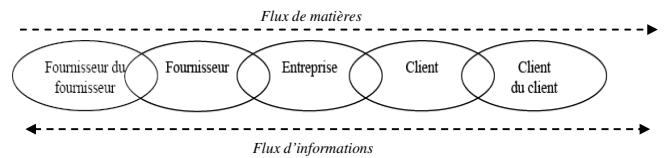


Figure 6. Schéma représentatif de la chaîne logistique considérée comme un réseau de partenaires [Taylur et al., 1999].

4.1 Liens et similarités

La chaîne logistique est un système complexe gouverné par du flux tout comme le trafic routier. En effet, les processus d'approvisionnement, de production, de distribution,... dans la chaîne logistique entraînent l'existence de flux physique (de matières) entre les différentes ressources utilisées et, généralement, de stocks. Ce flux est le résultat d'opérations de stockage, de déplacement ou de transformation effectuées sur les produits. Ces opérations amènent des modifications des caractéristiques physiques (les coordonnées spatio-temporelles) et des aspects morpho-dimensionnels des produits (compositions, morphologies, etc.) tout comme dans le cas du flux de véhicules [Benmansour, 2009]. Dans un cas comme dans l'autre, la mise en évidence de ces opérations est possible à travers l'existence de différents éléments, à savoir pour le cas du transfert de flux physique au sein d'une chaîne logistique :

- Eléments de stockage assurant une réserve de produits placée à l'endroit où séjournent les produits en attente de déplacement ou de transformation ;
- Eléments de déplacement assurant un support de transfert des produits entre plusieurs endroits dans la chaîne logistique. Nous citons également, les voies de transport, les convergents, les divergents, les multiplexeurs, les démultiplexeurs, etc. ;
- Eléments de transformation assurant une modification dans les aspects morpho-dimensionnels des produits. Nous citons également, les machines de fabrication, les opérations de groupage et de dégroupage.

L'existence de deux autres éléments dans la chaîne logistique est nécessaire pour la mise en évidence de connexion de cette dernière avec l'environnement, à savoir : la source de flux qui assure l'approvisionnement continu du flux matériels dans la chaîne et le puits de flux qui assure l'absorption des produits après leur passage sur le dernier maillon de la chaîne. Par analogie, ces différents éléments de la chaîne logistique trouvent leurs correspondances dans le domaine du trafic routier. Le tableau 1 illustre cette correspondance.

Tableau 1. Correspondances physiques des différents éléments de la chaîne logistique dans le domaine du trafic routier.





Objets, opérations et connexions	Flux de matières : Chaîne logistique	Flux de véhicules : Trafic routier
Objet manipulé	Produits	Véhicules
Éléments de stockage	Stocks	Tronçons routiers
Éléments de déplacement	Voies de transfert, convoyeurs	Voies routières
	Aiguillages (convergents, divergents, multiplexeurs, démultiplexeurs, etc.)	Intersections
Éléments de transformation	Machines	Nœuds inhomogènes
Connexion à l'entrée du système	Source de flux	Jonction d'origine
Connexion à la sortie du système	Puits de flux	Jonction de fin

4.2 Variables descriptives associées au flux de produits

A l'image de ce qui se passe pour les réseaux routiers, la description de l'évolution du flux physique au sein d'une chaîne logistique donnée nécessite l'obtention de différents types d'information tels que :

- Les paramètres caractérisant les différents éléments maniant le flux de produits tout au long de la chaîne logistique. Le tableau 2 illustre quelques uns de ces paramètres ;
- Les variables descriptives du flux de produits telles que le débit¹, la densité², et la vitesse³ du flot de produits.

Tableau 2. Paramètres caractéristiques et représentations schématiques des différents éléments maniant le flux de produits dans la chaîne logistique.

Éléments de la chaîne logistique	Paramètres caractéristiques	Représentation schématique
Stock	- Capacité physique C_{max} exprimée en nombre de produits.	
Producteur	- Nombre de produits peuvent être traités simultanément r . - Fréquence de traitement des produits X_{max} .	
Source de flux (ou fournisseur)	- Débit d'entrée δ_e	
Puits de flux (ou consommateur)	- Capacité physique illimitée $C_{max} \rightarrow \infty$	

4.3 Lois comportementales associées au flux de produits

Un flux physique, quelque soit sa nature, est soumis à des lois d'écoulement régissant ses variables principales : débit δ ,

¹ Correspond au nombre de véhicules passant par un point x d'une voies de transport dans la chaîne logistique entre deux instants du temps. Cette grandeur est exprimée en nombre de véhicules par unité de temps.

² Correspond au nombre de produits présents sur une voies de transport dans la chaîne logistique à l'instant t . Cette grandeur est exprimée en nombre de véhicules par unité de longueur.

³ Correspond à la moyenne arithmétique des vitesses instantanées des produits une voies de transport donnée dans la chaîne. Cette grandeur est exprimée en unité de longueur par unité de temps.

densité ρ et vitesse v . Ces lois sont bâties sur le même principe que les lois de la mécanique des fluides qui ont été utilisées aussi comme outil d'analyse du trafic routier [Charpentier et al., 2007]. Par conséquent, un flux de produits obéit :

- Au principe de conservation de la masse (cf. équation 2) traduisant ici l'invariance du nombre total de produits en tout point de la voie de transport;
- A la relation classique entre le débit et la vitesse (cf. équation 1), elle définit ici la vitesse du flot de produits comme le rapport du débit sur la densité.

Par analogie avec le trafic routier, nous impliquons une troisième équation encadrant le comportement du flux de produits. Selon cette équation ajoutée, le flux est supposé être tout le temps à l'équilibre et évolue ainsi en passant d'un état d'équilibre à un autre. Il s'agit de l'équation empirique "diagramme fondamental" (cf. équation 3) appliquée dans le domaine du trafic routier afin de caractériser l'infrastructure routière. Son application pour le transfert du flux physique, au sein d'une chaîne logistique, permet de caractériser le support sur lequel sont stockés, transportés et modifiés les produits.

4.4 Modélisation du transfert du flux physique au sein d'une chaîne logistique

Les paramètres caractéristiques du support, sur lequel sont stockés, transportés et modifiés les produits dans la chaîne logistique, sont maintenant exprimés. Les variables du flux de produits sont décrites et les lois reliant ces variables et paramètres sont désignées. Ces paramètres, ces variables et ces lois sont considérées en analogie avec le trafic routier. Nous pouvons déduire donc facilement le modèle RdPCV du flux physique au sein d'une chaîne logistique.

Un tel modèle permet de décrire le comportement dynamique du phénomène de transfert d'objets circulant dans les installations d'une chaîne logistique.

Prenons l'exemple d'une simple installation d'une chaîne logistique illustrée dans la figure 7. Nous pouvons déduire le modèle RdPCV de cette chaîne tout en utilisant les similarités, expliquées ci-dessus, entre le transfert du flux de produits dans une chaîne logistique et celui de transfert du flux de véhicules sur un réseau routier.

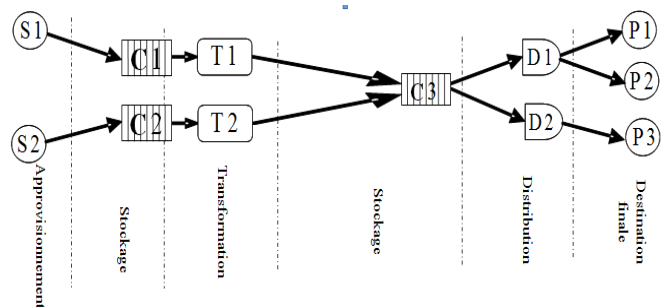


Figure 7. Représentation schématique du transfert de flux de produits dans une chaîne logistique.

L'acheminement du flux de produits à travers l'installation de la chaîne logistique de la figure 7 correspond à une progression des véhicules sur un réseau routier. De ce fait :

Les modèles RdPCV des sources de flux S1 et S2, injectant les produits dans l'installation logistique, correspondent aux modèles RdPCV des jonctions d'origine dans un réseau routier. En effet, les modèles RdPCV dans les deux cas (chaîne logistique et trafic), assurent une génération de produits (de

véhicules) respectant, à la fois, la demande de produits (de trafic) et les conditions de l'environnement en aval (cf. figure 8) ;

L'ensemble (stock et machine de production), dans l'installation logistique, est modélisé par un modèle RDPCV correspond au modèle RDPCV d'un tronçon routier qu'utiliseraient les véhicules sur un réseau routier. Par analogie, la capacité d'accueil du tronçon traduit la capacité de stockage de l'ensemble stock-machine $C_{\max i, i=\{1,2\}}$ (où $m_i(t) + n_i(t) = C_{\max i} \forall i, i=\{1,2\}$) correspond au nombre maximum de produits que peut contenir le stock à l'instant t (cette capacité est déterminée selon la politique de la gestion adoptée). Quant au temps de parcours moyen du tronçon, en tenant compte de la vitesse maximale autorisée, il correspond au temps de séjour minimal du flot de produits dans le stock (Généralement ce temps est négligé par rapport au temps opératoire de la machine [Olivier, 2000]) ajouté au temps opératoire de la machine $d_i, i=\{1,2\}$. Enfin, le nombre moyen des véhicules pouvant sortir simultanément du tronçon est analogue au nombre maximum de produits $r_{6i}, i=\{1,2\}$ pouvant être traités simultanément par chaque machine;

Le stockage aval des produits est assuré par un modèle RDPCV correspond à celui du convergent de véhicules. En effet, les produits fabriqués parvenus par les deux machines T1 et T2 sur deux voies différentes sont acheminés pour finir dans un seul stock avant d'être distribués à leurs destinations finales (détaillants ou clients finals). C'est donc à partir du modèle RDPCV d'un convergent que nous assurons l'arrivée, à un lieu unique, des produits des deux machines T1 et T2. La totalité de ces flux de produits ne peut jamais dépasser la capacité réservée au stockage aval. En effet, l'espace disponible dans ce dernier ($n_3 = C_{\max 3} - m_3$) sera partagé entre les produits provenant des deux machines T1 et T2 de manière à assurer l'utilisation maximale de cet espace disponible du stockage aval à chaque instant. $\beta_i, i=1,2$ sont des fractions de distribution (ou facteurs de priorité) décrivant la façon dont l'espace disponible du stockage aval est partagé entre les produits provenant des deux machines T1 et T2. Ces facteurs satisfont aux conditions (12).

$$\begin{cases} 0 \leq \beta_i \leq 1 \\ \sum_{i=1}^2 \beta_i = 1 \end{cases} \quad (12)$$

La distribution du flux des produits aux destinations finales en passant par les stations de stockage, est assurée par un modèle RDPCV correspondant à celui du divergent permettant au flux de véhicules, arrivants à un nœud d'un réseau routier par une seule voie amont, de se répartir sur plusieurs voies en aval en fonction de leurs destinations et conformément à des taux d'affectation. En effet, la distribution des flots de produits s'effectue aussi selon un schéma de répartition (d_1, d_2, p_1, p_2) correspondant aux différentes commandes effectuées par les détaillants ou les clients finals ;

Enfin, les destinations finales des produits sont représentées à travers des modèles RDPCV. Ces modèles correspondent aux modèles RDPCV des "jonctions de fin" représentant les endroits du réseau routier dans lesquels les véhicules disparaissent. En effet, les destinations finales des produits représentent, dans l'installation logistique de la figure 7, les endroits dans lesquels les produits disparaissent définitivement de l'installation sans qu'ils se répercutent sur les processus amont (stockage, déplacement et transformation).

4.5 Résultats

A titre d'illustration, les valeurs numériques considérées dans l'exemple de la figure 7 sont les suivantes:

$$x_{\max 01} = 1.5Hz, x_{\max 02} = 0Hz, x_{\max i, i=1, \dots, 5} = \{3, 2, 4, 2, 2\}Hz,$$

$$C_{\max i, i=1, \dots, 5} = \{25, 30, 10, 7, 5\} \text{Produits}, m_{i, i=1, \dots, 5}(0) = \{25, 20, 0, 7, 5\}$$

$$\beta_{i, i=1, 2} = \{0.6, 0.4\}, d_{i, i=1, 2} = \{0.3, 0.7\}, p_{i, i=1, 2} = \{0.8, 0.2\}.$$

Pour cette étude, nous considérons que $r_{i, \forall i} = 1$.

La figure 9 montre l'évolution des nombres de produits dans les différents points (stocks) de la chaîne logistique.

A partir de l'état initial du système décrit ci-dessus, le nombre de produits dans les stocks C1, C2, D1 et D2 diminue alors qu'il augmente dans le stock C3 jusqu'à ce qu'il arrive à une valeur maximale (environ 8,9 produits) correspondant à la capacité d'écoulement des produits dans ce stock. Notons que cette valeur maximale est inférieure à la capacité d'accueil réelle du stock aval C3 ($C_{\max 3} = 10$ produits).

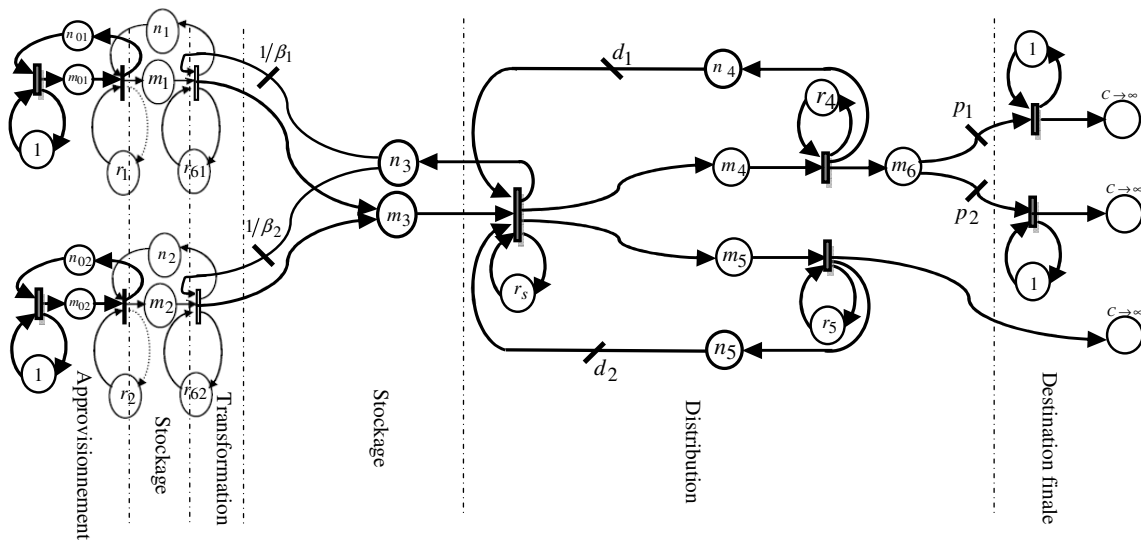


Figure 8. Modèle RDPCV du transfert de flux de produits dans une chaîne logistique déduit par analogie avec le transfert du flux de véhicules sur un réseau routier.

En effet, cela est dû aux caractéristiques du stock C3 et son environnement (vitesses et débits maximaux des autres stocks dans la chaîne). Le fait que le stock C3 atteigne cette valeur maximale impacte les deux stocks amont C1 et C2. Par conséquent, ces deux stocks amont vont se vider moins vite. Quant aux stocks des distributions D1 et D2, ils se videront à leur tour avec une vitesse correspondante à leurs vitesses maximales. Notons ici que la capacité d'écoulement moyenne du distributeur D2 est inférieure à celles du distributeur D1, car il reçoit 70% ($d_2 = 0,7$) des produits du stock C3. Quand le stock 2 atteint 0 (à l'instant $t = 19,5$ s), le nombre de produits à l'intérieur du stock C3 diminue. Par conséquent, le stock C1 se vide rapidement. Après 28s le niveau du stock C1 devient très faible mais pas tout à fait vide. Car il est toujours alimenté par la source ($x_{max01} = 1.5Hz$). Cela entraîne une diminution du nombre de produits dans le stock C3 et par voie de conséquence une diminution du nombre de produits dans les stocks des distributeurs D1 et D2.

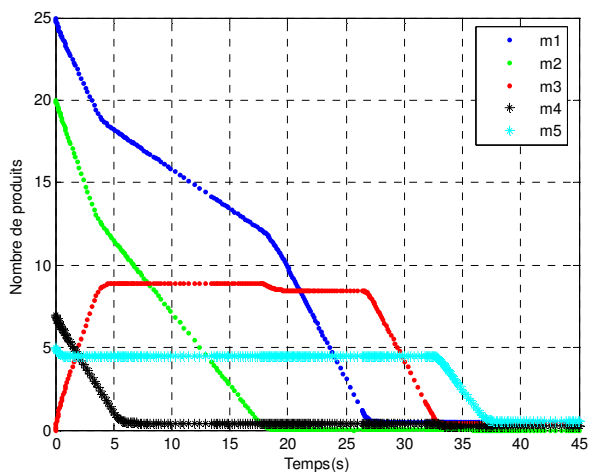


Figure 9. Evolution des nombres de produits, reproduit par RdPCV, dans les différents points (stocks) de la chaîne logistique.

5 CONCLUSION

Afin d'élargir le modèle RDPCV du trafic routier à l'étude du comportement dynamique du flux physique au sein d'une chaîne logistique globale, nous avons transposé les concepts développés sur le trafic vers la chaîne logistique de type production (fabrication). Ainsi, nous avons proposé une approche modulaire pour la modélisation des différents acteurs de la chaîne logistique en se basant sur le formalisme des réseaux de Petri continus à vitesse variable.

Toutefois, une chaîne logistique s'étend au-delà des limites de l'entreprise de production, allant des fournisseurs des fournisseurs jusqu'aux clients des clients. Cette définition suggère que nous sommes en présence de plusieurs domaines et plusieurs métiers ou secteurs (usines de production, banques, cabinets de services, hôpitaux, compagnies d'assurance, etc.).

Afin d'étendre notre modèle RDPCV de la chaîne logistique à cette définition, nous devons définir des nouveaux éléments permettant cette extension.

6 REFERENCES

Alla, H., David, R., (1988) Modelling of production systems by continuous Petri nets. In: Proc. 3rd Int. Conf. on CAD/CAM Robotics and Factories of the Future. South-eld, MI, USA.

- Alla, H., David, R., (1998a) Continuous and hybrid Petri nets. *Journal of Circuits Systems Computers* 8(1), 159-88.
- Aw, A., Rascle, M., (2000) Resurrection of "second order" models of traffic flow, *Journal of Applied Mathematics*, vol. 60, n° 3, pp. 916-938.
- Aw, A., Rascle, M., (2000) Resurrection of "second order" models of traffic flow, *Journal of Applied Mathematics*, vol. 60, n° 3, pp. 916-938.
- Bause, F., Fisher, M., Kemper, P., Volker, M., (2001) Performance and Cost Analysis of Supply Chain Models, *Seoul Sim 2001 Conference*, Seoul, pp. 425-434.
- Bause, F., Fisher, M., Kemper, P., Volker, M., (2001) Performance and Cost Analysis of Supply Chain Models, *Seoul Sim 2001 Conference*, Seoul, pp. 425-434.
- Benmansour, S., (2009) Modélisation de l'activité routière en vue de son intégration dans la chaîne logistique, Thèse en génie informatique et automatique de l'université du Havre.
- Buisson, C., (1996) Analyse bibliographique et première classification des algorithmes de simulation de l'écoulement du trafic routier, *Recherche Transports Sécurité*, vol. 53, pp. 35-48.
- Buisson, C., (1996) Analyse bibliographique et première classification des algorithmes de simulation de l'écoulement du trafic routier, *Recherche Transports Sécurité*, vol. 53, pp. 35-48.
- Chandler, R.E., Herman, R., Montroll, E.W., (1958) Traffic Dynamics: Studies in Car Following. *Operations. Res.*, Vol.6, pp. 165-184.
- Chandler, R.E., Herman, R., Montroll, E.W., (1958) Traffic Dynamics: Studies in Car Following. *Operations. Res.*, Vol.6, pp. 165-184.
- Charpentier, P., Chaxel, F., Khaled Alkassem., (2007) Qualification de flux manufacturiers : Pistes et réflexions. 5ème Colloque International Conception et Production Intégrées CPI. Maroc.
- Cheyroux, L., (2003) Sur l'évaluation de performances des chaînes logistiques, Thèse de Doctorat, INPG, Grenoble, France.
- Cheyroux, L., (2003) Sur l'évaluation de performances des chaînes logistiques, Thèse de Doctorat, INPG, Grenoble, France.
- David, R., Alla, H., (1987) Continuous Petri Nets. In *Proceedings of the 8th European Workshop on Application and Theory of Petri Nets* (pp.275-294).
- David, R., Alla, H., (1992) Du Grafset aux réseaux de Petri. *Hermes*.
- David, R., Alla, H., (2005) Discrete, continuous and hybrid Petri nets. Springer, Berlin, Heidelberg
- Di Febrarro, A., Sacone, S., (1998) Hybrid Petri nets for the performance analysis of transportation systems. *Proc. IEEE CDC '98*, pp. 3232-3237 Tampa, Florida.
- Dotoli, M., Fanti, M.P., Guia, A., Seatzu, C., (2008) First-order hybrid Petri nets. An application to distributed manufacturing systems. *International Journal Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 2, 408-430.
- Edie, L.C., Foote, R.S., (1958) Traffic Flow in Tunnels, *Proc. Highway Research Board*, 37, pp. 334-344.
- Fox, M.S., Barbuceanu, M., Teigen, R., (2000) Agent oriented supply chain management, *The International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, 12, pp. 165-188.
- Fox, M.S., Barbuceanu, M., Teigen, R., (2000) Agent oriented supply chain management, *The International Journal of*

- Flexible Manufacturing Systems, 12, pp. 165-188.
- Gartner, N., Mahmassani, H., Messer, C.H., Cunard, R., Rathy A., (1987) Traffic flow Theory: A State-of-Art-Report, monograph, published by Transportation Research Board Committee on Traffic flow Theory and characteristic,.
- Jiang, R., Wu Q.S., Zhu, Z.J., (2002) A new continuum model for traffic flow and numerical tests, Transportation Research Part B, vol. 36, n° 5, pp. 405-419.
- Labadi, K., (2005) Contribution à la modélisation et à l'analyse de performances des systèmes logistiques à l'aide d'un nouveau modèle de RdP stochastiques, Thèse de Doctorat UTT, 215 pages, Troyes, France.
- Le Bail, J., Alla, H., David, R., (1991) Hybride Petri nets. Proc. of the European Control Conference, pp. 1472-1477. Grenoble, France.
- Lee, H.L., Billington, C., (1992) Managing Supply Chain Inventory: Pitfalls and Opportunities. Sloan Management Review, vol 33/3.
- Lefebvre, D., Zerhouni, N., ElMoudni, A., (1997) A generalization of the continuous time Petri nets for the control design of manufacturing systems. Proc. IMACS '97, pp. 389-394. Berlin.
- Lighthill, M.J., Whitham, G.B., (1955) On Kinematic Waves, II : A Theory of traffic flow on roads. Proc. of the Royal Society, n° 229A, pp. 317-345.
- Lighthill, M.J., Whitham, G.B., (1955) On Kinematic Waves, II : A Theory of traffic flow on roads. Proc. of the Royal Society, n° 229A, pp. 317-345.
- Murata, T., Komoda, N., Matsumoto, K., Haruna, K., (1986) A Petri Net-Based Controller for Flexible and Maintainable Sequence Control and its Application in Factory Automation. IEEE Trans. Ind. Electron., Vol. 1, n°33, pp. 1-8.
- Newell, G.F., (1955) Mathematical Models for Freely Flowing Highway Traffic. Oper. Res. 3, pp. 176-186.
- Ounnar, F., (1999) Prise en compte des aspects décision dans la modélisation par réseaux de Petri des systèmes flexibles de production, Thèse d'état, INP de Grenoble.
- Payne, H.J., (1971) Models of freeway traffic and control, In : Bekey, G.A., Mathematical Models of Public Systems, vol. 1, La Jolla, Californie : Simulation Council, pp. 51-61.
- Payne, H.J., (1971) Models of freeway Traffic and Control. Simulation Council Proceedings, Vol. 1, Ch. 6. Mathematical Models of Public System, pp. 51-61.
- Reuschel, A., (1950) Vehicle movements in a platoon with uniform acceleration or deceleration of the lead vehicle, Zeit. D. Oster. Ing. U. Architekt Vereines Ed.
- Richards, P.I., (1956) Shockwaves on the highway, Operations research, vol. 4, pp. 42-51.
- Richards, P.I., (1956) Shockwaves on the highway, Operations research, vol. 4, pp. 42-51.
- Savy, M., (2007) Le transport de marchandises. Edition Groupe Eyrolles, Paris,
- Tayur, S., Ganeshan, R., Magazine, M., (1999) Quantitative models for supply chain management, Norwell (USA): Kluwer Academic Publishers.
- Tolba, C., Ghoulmi, N., (2010) Modélisation et gestion de la chaîne logistique-Approche événementielle. Colloque international, les enjeux de la mise à niveau logistique, Logistiqua'10.
- Tolba, C., Lefebvre, D., Thomas, P., El Moudni, A., (2005) Continuous and timed Petri nets for the macroscopic and microscopic traffic flow modeling. Simulation Modelling Practice and Theory Vol. 13, Issue 5, pp. 407-436.
- Voudouris, V.T., (1996) Mathematical programming techniques to debottleneck the supply chain of the chemical industries, Computer and Chemical Engineering 20, S1269-S1274.
- Voudouris, V.T., (1996) Mathematical programming techniques to debottleneck the supply chain of the chemical industries, Computer and Chemical Engineering 20, S1269-S1274.
- Wang, H., List, G.F., Di Cesare, F., (1993) Modelling and Evaluation of Traffic Signal Control Using Timed Petri Nets. CESA, Vol. 2, pp. 180-185 Le Touquet, France.
- Wardrop, J.G., (1952) Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Part II, 1(2), pp. 325-362, U.K.
- Wardrop, J.G., (1952) Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research. Proc. of the Institution of Civil Engineers, Part II, Vol. 2, n°1, pp. 325-362, U.K.
- Webster, F.V., (1958) Traffic Signal Setting. Road Research technical, n°39, Great Britain Road Research Laboratory. London, U.K.
- Webster, F.V., (1958) Traffic Signal Setting. Road Research technical, n°39, Great Britain Road Research Laboratory London, U.K.
- Zhang, H.M., (2002) A non-equilibrium traffic model devoid of gas-like behaviour, Transportation Research Part B, vol. 36, n° 3, pp. 275-290.
- Zhang, H.M., (2002) A non-equilibrium traffic model devoid of gas-like behaviour, Transportation Research Part B, vol. 36, n° 3, pp. 275-290.