Chaine logistique sous contrainte budgétaire

VINCENT HOVELAQUE, JEAN-LAURENT VIVIANI, MOHAMED AIT MANSOUR

IGR-IAE de Rennes, Université de Rennes 1,
CREM UMR CNRS 6211
11 rue Jean Macé, CS 70803, 35708 Rennes cedex 7, France
{vincent.hovelaque ; jean-laurent.viviani ; mohamed.aitmansour}@univ-rennes1.fr[1]
[1]Ce travail est financé par le Projet de recherche RCSM, Risk,Credit Chain & Supply Chain Management, FUI 15 du Gouvernement français

***Résumé* - Cet article se penche sur les décisions d'emprunt d'un détaillant pouvant emprunter auprès de son fournisseur ou auprès d'une banque. L'objectif visé dans ce papier est d'examiner le rôle de la trésorerie du détaillant dans la chaine logistique afin de mieux cerner ses différents choix de décision d'emprunt. Pour ce faire, nous supposons que les trois acteurs principaux à savoir le détaillant le fournisseur et la banque sont dans un jeu de Stackelberg. Dans sa décision de choix de créancier, le détaillant doit tenir compte des différentes positions des autres participants au jeu. Dans un premier temps nous avons construit un modèle qui permet d'optimiser les différentes variables de décision en vue d'une aide à la décision dans le choix d'emprunt auquel fait face le détaillant. Dans un second temps nous procédons à la simulation de nos différents résultats suivant les paramètres du marché**.

***Mots clés* – Chaine logistique, Financement, Théorie des jeux, Crédit commercial, Crédit bancaire.**

1 INTRODUCTION

Le financement du besoin en fonds de roulement est l'une des dimensions essentielles de la compétitivité de la chaîne logistique. La littérature scientifique sur ce thème émergent s'est fortement développée et diversifiée ces dernières années. Cette littérature montre que, comme pour la gestion des flux physiques, l'optimisation de la situation financière de chaque individu n'aboutit pas nécessairement à l'optimisation globale de l'ensemble de la chaîne. Elle essaie de comprendre, à partir du théorème fondamental de Modigliani et Miller (1958) sous quelles hypothèses les décisions financières et opérationnelles peuvent ou non être séparées, de déterminer les modes de financement optimaux de la chaîne et d'explorer la possibilité de mise en place de financements innovants.

L'essentiel des études précédentes se placent dans un environnement de concurrence pure et parfaite à la fois sur le marché du produit final et sur le marché du capital. Notons tout d'abord que cette hypothèse ne correspond pas toujours avec la structure concurrentielle observée de ces deux marchés. De plus ce cadre théorique ne permet pas d'analyser de manière approfondie le comportement stratégique des différentes catégories d'acteurs impliquées dans la relation de financement : détaillant, fournisseur et banque. Finalement nous ne savons pas si les résultats sur la comparaison des financements obtenus en concurrence pure et parfaite restent robustes dans un environnement qui ne l'est pas.

Nous proposons donc de comparer les modes de financements, bancaire et commercial, lorsque les quantités offertes sur le marché final par le détaillant ont une influence sur son prix de vente. De plus, nous analyserons les caractéristiques du prêt bancaire lorsque la banque peut utiliser le taux d'emprunt comme variable de contrôle. Les interactions stratégiques entre les trois acteurs seront modélisées par des jeux non-coopératifs (jeu de Stackelberg) dans lesquels le détaillant est le follower et le fournisseur est tour à tour leader et sous-leader en présence de la banque. Cependant, afin d'obtenir des solutions facilement analysables et comparables, la demande est supposée déterministe, à la différence de la plupart des modèles qui analysent le financement de la chaîne qui se placent dans le cadre du newsvendor.

Dans ce cadre d'interactions stratégiques à trois joueurs, nous dérivons les quantités optimales produites et commercialisées, les prix de gros et de détails optimaux, ainsi que le niveau optimal des taux d'intérêt (financier ou commercial). La comparaison des profits optimaux des différents acteurs et de la chaîne permet d'analyser l'intérêt des différentes solutions de financement (et de l'absence de financement) pour chaque acteur et pour le bien-être collectif. Finalement des simulations numériques permettent d'étudier le comportement des solutions obtenues en fonction des paramètres du modèle et notamment le degré de contrainte financière du détaillant (sa richesse initiale). Notre principal résultat est que la mise en place d'un financement permet de rétablir l'optimum de premier rang (en l'absence de contrainte financière) pour le détaillant.

2 REVUE DE LITTERATURE

Dans la littérature, l'analyse de la comparaison entre le financement bancaire et le financement commercial se fait essentiellement dans le cadre du modèle du newsvendor. Dans ce cadre, et sous les hypothèses du théorème de Modigliani et Miller, il est démontré dans la littérature (Kouvelis et Zhao, (2008) ; Kouvelis et Zhao, (2012)) que la quantité optimale commandée par le client lorsqu'il se finance par crédit bancaire est strictement identique à celle du modèle du newsvendor traditionnel (c'est-à-dire sans contrainte de financement). La séparation des décisions opérationnelles et financières est donc bien vérifiée. En ce qui concerne le financement commercial, si le fournisseur prend les deux décisions conjointement (de fixation du prix de gros et du taux de financement commercial) de manière à maximiser son profit, il est démontré que : le volume commandé par le client est plus élevé (que celui donné par le modèle avec autofinancement ou financement bancaire) pour tous les niveaux de prix de gros et que le fournisseur fixe le prix de gros de telle manière à ce que le profit du client soit nul (Jing, Chen et Cai, (2012) ; Caldentey et Chen, (2010)). Ce résultat s'explique par le fait que l'acheteur fait un investissement nul (puisque ses achats sont financés par le crédit fournisseur) et ne prend pas de risque, puisqu'en cas de demande insuffisante il fait jouer sa clause de responsabilité limitée, il est donc normal que son profit soit nul.

Dès que l'on s'écarte des conditions de Modigliani et Miller (prise en compte de l'impôt, des coûts de faillite, des asymétries d'information, du pouvoir de marché), les décisions financières ont une influence sur les décisions opérationnelles (Xu, R.Birge, (2004), Kouvelis et Zhao (2008) ; Kouvelis et Zhao (2012)). Le crédit fournisseur reste plus adapté qu'un crédit bancaire pour un détaillant en difficulté de financement (Chen (2015)).

Chen et Wang (2012) montrent que le crédit fournisseur peut également jouer un rôle important dans la coordination de la chaîne logistique.

Dans les modèles précédents, la banque est passive et le taux d'intérêt, fixé sur un marché concurrentiel, ne dépend pas d'une décision d'optimisation de la banque. A l'autre extrémité du spectre du pouvoir, la banque devient le leader au sens de Stackelberg et fixe son taux d'intérêt de manière à maximiser son profit sur un marché monopolistique. Dans ce cas les décisions financières et opérationnelles ne peuvent être séparées. La quantité commandée par le client est plus faible que dans le modèle sans besoin de financement externe sauf si la banque pratique un taux d'intérêt qui est une fonction non-linéaire du montant emprunté (Dada et Hu (2008)). Le financement garanti par des actifs (asset-based financing) devient une solution intéressante pour l'acheteur (Buzacott et Zhang (2004)).

Nous examinons dans notre étude la relation des différents partenaires de la chaine, composée par un seul fournisseur et un seul détaillant, de plus le détaillant (Retailer) est face à une demande déterministe. Dans notre étude nous allons essayer de comprendre la relation qui lie les différents partenaires de la chaine, une relation de "leader" et "follower". La décision que le détaillant prendra pour son choix de financement (crédit fournisseur ou crédit bancaire) dépendra de l'impact de son niveau de trésorerie sur son profit, sachant de plus que la banque ne sera pas passive dans le jeu de Stackelberg, soit "leader" ou "sous-leader" .

Pour un jeu de Stackelberg simple à deux joueurs, le fournisseur étant le leader et le détaillant le follower, c'est le fournisseur qui annonce son prix d'achat le premier (connaissant la fonction de réponse du détaillant) et le détaillant déterminera sa quantité commandée et prendra sa décision de crédit, soit un crédit bancaire ou un crédit fournisseur. Le crédit fournisseur provient du décalage entre la date de livraison des produits qui se fait en début de période et le paiement par le détaillant qui a lieu à la fin de la saison de vente. Au crédit commercial est associé un taux d'intérêt appliqué par le fournisseur.

En résumé, nous allons analyser le choix entre deux types de crédit : un crédit fournisseur sous un jeu Stackelberg avec le fournisseur comme leader, et un crédit bancaire avec la banque comme leader ou sous-leader.

3 LE MODELE

Nous considérons une « supply chain » simple constituée de deux acteurs : un fournisseur (Supplier, S) dont l'approvisionnement est sans contrainte (capacité infinie) ; un détaillant (Retailer, R) sur un marché dont la demande est exprimée par une fonction linéaire du prix, $q = a - bp$, où (a) est la taille du marché et (b) est l'élasticité prix. En parallèle, le détaillant peut faire appel à un banquier (bank, B) pour obtenir un financement (partiel ou total) de ses achats. Les décisions des acteurs sont séquentielles : dans un premier temps, S détermine le prix de vente (w) de ses matières. Dans un second temps, R détermine sa quantité à mettre sur le marché (et donc sa quantité de commande auprès de S). Nous retrouvons ici un modèle classique de Stackelberg où S est le leader.

Ainsi, R va devoir financer l'équivalent de (wq). Nous envisageons cinq scénarios possibles :

1. La trésorerie de R est suffisante.
2. La trésorerie de R est insuffisante sans possibilité de crédit.
3. La trésorerie de R est insuffisante et un crédit est demandé au fournisseur (Trade Credit).
4. La trésorerie de R est insuffisante et un crédit est demandé au banquier qui fixe son taux d'emprunt en fonction du prix w (Bank leader).
5. La trésorerie de R est insuffisante et un crédit est demandé au banquier dont le taux d'emprunt est observé par le fournisseur (Bank sous-leader).

Dans chacun des scénarios, nous définirons les variables optimales suivantes : la quantité (q), le prix de transfert (w) et le taux d'emprunt auprès du fournisseur (r_S) ou du banquier (r_B) permettant de maximiser les différents profits. Les différentes variables du modèle sont résumées ci-dessous :

P : Prix de la vente
a : Taille du marché
b : Elasticité prix
q : Quantité commandée $q = a - bp$
T : Budget du détaillant (Trésorerie)

r : Taux d'intérêt (r_B = taux bancaire, r_S = taux crédit fournisseur)
w : Prix de cession entre S et R
c : Coût fournisseur
Π_R, Π_B, Π_S : Profits respectifs de R,B et S

Dans la suite, nous allons déterminer les programmes optimaux de chaque scénario. Pour chaque optimisation, les conditions du premier et second ordre sont vérifiées même si elles ne sont pas explicitées dans le texte.

$\longrightarrow$: Flux physique et financier.

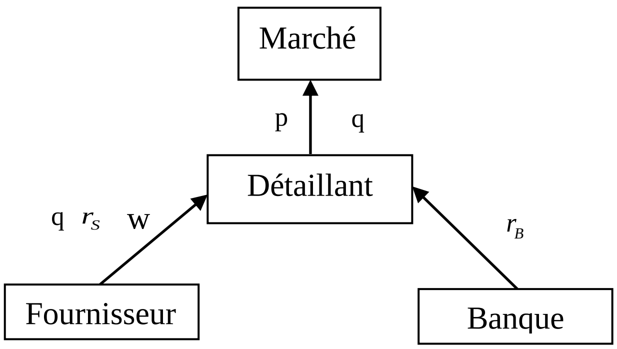

Figure 1: Schéma de la chaine logistique

3.1 Scénario 1 : trésorerie suffisante

Dans ce scénario, R cherche à déterminer sa quantité à commander (q) sous la contrainte d'un coût d'achat inférieur à sa trésorerie :

$$\begin{matrix} Max\,\Pi_R = (p-w)q \\ wq < T \end{matrix} \quad (1)$$

Ce problème se résout simplement avec le lagrangien :
$\mathcal{L}_R = (pq - wq) - \lambda_R(wq - T)$, soit :

$$\frac{\partial \mathcal{L}_R}{\partial q} = 0 \Rightarrow q = \frac{a - bw(1+\lambda_R)}{2}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_R}{\partial \lambda_R} = 0 \Rightarrow q = \frac{T}{w}$$

La contrainte implique que $\lambda_R = 0$, soit $q(w) = \dfrac{a - wb}{2}$.

Le fournisseur va déterminer un prix de vente maximisant son profit, sous la contrainte que R accepte ce prix (c'est à dire qu'il ait un profit positif) :

$$\begin{matrix} Max\,\Pi_S = (w-c)q(w) \\ \Pi_R > 0 \end{matrix} \quad (2)$$

Ce problème se résout également avec le lagrangien :
$\mathcal{L}_S = (w-c)q(w) - \lambda_S(p-w)q(w)$, soit

$$\frac{\partial \mathcal{L}_S}{\partial w} = 0 \Rightarrow w = \frac{a(1+\lambda_S) + cb}{2b}$$

$\dfrac{\partial \mathcal{L}_S}{\partial \lambda_S} = 0$. Cette solution est non réalisable.

La solution optimale est donc obtenue pour $\lambda_R = 0$ et $\lambda_S = 0$:

$$w = \frac{a+cb}{2b} \quad et \quad q = \frac{a-bc}{4}.$$

Les fonctions de profit sont :

$$\Pi_R^1 = \frac{(a-bc)^2}{16b} \text{ et } \Pi_S^1 = \frac{(a-bc)^2}{8b}$$

De plus, la trésorerie minimale dans ce premier scénario est : $T = wq = \dfrac{a^2-(bc)^2}{8b}$.

3.2 Scénario 2 : trésorerie insuffisante et pas d'emprunt.

Dans ce cas, nous considérons que lorsque la quantité de commande est optimale, le coût d'achat global est supérieur à la trésorerie disponible :

$$\begin{matrix} Max\,\Pi_R = (p-w)q \\ wq > T \end{matrix} \quad (3)$$

Le lagrangien est exprimé par :
$\mathcal{L}_R = (pq - wq) - \lambda_R(wq - T)$, d'où la résolution :

$$\frac{\partial \mathcal{L}_R}{\partial \lambda_R} = 0 \Rightarrow q(w) = \frac{T}{w} \text{ avec } \lambda_R > 0$$

Le problème du fournisseur est identique au scénario 1, soit :

$$\begin{matrix} Max\,\Pi_S \\ \Pi_R > 0 \end{matrix} \quad (4)$$

Le lagrangien est donc :

$$\mathcal{L}_S = (w-c)\frac{T}{w} - \lambda_S\left(\left(\frac{a-\frac{T}{w}}{b}\right)\frac{T}{w} - w\frac{T}{w}\right).$$

Soit :

$\dfrac{\partial \mathcal{L}_S}{\partial w} = 0 \Rightarrow$ Solution non réalisable

Et :

$$\frac{\partial \mathcal{L}_S}{\partial \lambda_S} = 0 \Rightarrow bw^2 - aw + T = 0.$$

Il n'existe qu'une solution positive à cette équation. Les solutions optimales de ce second scénario sont :

$$w = \frac{a + \sqrt{a^2 - 4bT}}{2b} \text{ et } q = \frac{2bT}{a + \sqrt{a^2 - 4bT}}.$$

Ainsi les fonctions de profit optimales sont :

$$\Pi_R^2 = 0 \text{ et } \Pi_S^2 = T - \frac{1}{2}c\left[a - \sqrt{a^2 - 4bT}\right].$$

Nous allons supposer pour notre étude que $c = 0$ pour des fins de simplification de calcul. Ainsi les fonctions de profit sont :
$\Pi_R^2 = 0$ et $\Pi_S^2 = T$.

Nous remarquons que le fournisseur maximise sa fonction de profit en proposant le prix (w) maximal qui réduit le profit de R à zéro.

3.3 Scénario 3 : trésorerie insuffisante et emprunt fournisseur.

Le fournisseur décide de financer R pour couvrir les frais de sa quantité commandée. Ainsi, en considérant que R a une trésorerie initiale insuffisante, le fournisseur devra faire crédit de $(wq - T)$.

La fonction de profit de R se compose d'une partie opérationnelle et d'une autre financière :
$\Pi_R = q(p-w) - (wq - T)r_S$. Elle est optimisée pour :

$q = \frac{a - bw(1+r_S)}{2}$.

Le profit du fournisseur s'écrit donc de la façon ci-dessous:

$\Pi_S = q(w-c) + (wq - T)r_S$.

En remplaçant (q) par sa valeur dans la fonction Π_S, et en optimisant la fonction de S, nous trouvons les résultats suivants :

$w = \frac{a}{2(1+r_S)b}$ et $q = \frac{a}{4}$.

Ainsi, les fonctions de profit sont :

$\Pi_R^3 = \frac{a^2}{16b} + r_S T$, $\Pi_S^3 = \frac{a^2}{8b} - r_S T$

De plus la fonction de profit du fournisseur est décroissante par rapport à (r_S), le fournisseur maximise donc sa fonction pour un taux d'intérêt $(r_S = 0)$.

Ainsi, le résultat des fonctions de profit optimal sont :

$\Pi_R^3 = \frac{a^2}{16b}$, $\Pi_S^3 = \frac{a^2}{8b}$

3.4 *Trésorerie insuffisante et emprunt bancaire (B leader)*

Dans ce scénario, la banque fixe en premier le taux d'intérêt, le fournisseur détermine ensuite (w) puis R commande (q).

R emprunte à la banque le montant nécessaire pour compléter son paiement en début de période. L'optimisation de la fonction de R est identique au scénario 3 soit :

$\prod_R = q(p-w) - (wq - T)r_B$, cette fonction est optimisée pour :

$q = \frac{a - bw(1+r_B)}{2}$.

En remplaçant ce résultat dans la fonction profit du fournisseur, nous aurons : $\Pi_S = (w-c)(\frac{a - wb(1+r_B)}{2})$, celle-ci est optimisée pour :

$w = \frac{a + bc(1+r_B)}{2b(1+r_B)}$ et $q = \frac{a - bc(1+r_B)}{4}$.

Pour une simplification de calcul, nous allons supposer dans la suite de l'étude que $c = 0$. Par conséquent : $w = \frac{a}{2b(1+r_B)}$ et

$q = \frac{a}{4}$

La fonction de la banque est définie par :

$\Pi_B = (wq - T)r_B$. Elle est maximisée pour $r_B = \frac{a\sqrt{2} - 4\sqrt{bT}}{4\sqrt{bT}}$.

Puisque $T < \frac{a^2}{8b}$ la condition sur l'insuffisance de trésorerie, nous avons :

$8bT < a^2 \Rightarrow 2\sqrt{2bT} < a$

$2\sqrt{2bT} < a \Rightarrow 4\sqrt{bT} < a\sqrt{2}$

$a\sqrt{2} - 4\sqrt{bT} > 0$. Ce qui implique que $r_B > 0$

Les fonctions de profit s'écrivent donc :

$\Pi_R^4 = \frac{a^2 + 4a\sqrt{2bT} - 16bT}{16b}$, $\Pi_S^4 = \frac{a\sqrt{T}}{2\sqrt{2b}}$, $\Pi_B^4 = \frac{a^2}{8b} - \frac{a\sqrt{T}}{\sqrt{2b}} + T$

3.5 *Trésorerie insuffisante et emprunt bancaire (B sous leader).*

Dans ce cas, le fournisseur détermine son prix (w), puis la banque fixe son taux d'intérêt en fonction de (w). Par la suite, R calcule (q).

Ce problème se résout ainsi :

$\Pi_R = q(p-w) - (wq - T)r_B \Rightarrow q = \frac{a - bw(1+r_B)}{2}$.

$\Pi_B = (w\frac{a - bw(1+r_B)}{2} - T)r_B \Rightarrow r_B = \frac{w(a - bw) - 2T}{2bw^2}$

Le leader optimise sa fonction de profit $\Pi_S = (w-c)q$

Sous l'hypothèse $c = 0$. Nous obtenons : $w = \frac{a}{2b}$, et les fonctions de profit optimal sont :

$\Pi_R^5 = \frac{a^2}{64b} + \frac{aT}{4} - \frac{abT^2}{a^2}$, $\Pi_S^5 = \frac{a^2 + 8bT}{16b}$ et $\Pi_B^5 = \frac{(a^2 - 8bT)^2}{32a^2 b}$.

4 SIMULATION ET ANALYSE.

Lors du traitement de cette section, nous allons comparer les cinq scénarios explicités précédemment afin de mettre en exergue les stratégies possibles pour chaque acteur. Nous allons ensuite étudier quelques simulations pour compléter cette analyse. Pour faciliter l'analyse, nous ferons l'hypothèse que le coût du fournisseur est nul ($c = 0$). Les résultats des cinq scenarios sont résumés dans le tableau 1(voir annexe). Nous supposerons aussi que le fournisseur et le banquier peuvent fixer librement leur taux d'intérêt (sans perte de généralité, le taux minimal est fixé à 0).

4.1 *Crédit fournisseur vs crédit bancaire avec B leader*

En information parfaite, le banquier leader détermine son taux d'intérêt de telle manière que le détaillant soit motivé davantage par un financement bancaire que par un financement fournisseur.

D'après les profits optimaux, le crédit bancaire est préférable au crédit fournisseur si :

$\Pi_R^4 > \Pi_R^3$ (Comparaison Sc3 et Sc4)

$\Pi_R^4 = q(p-w) - (qw - T)r_B$

$\Pi_R^4 = \frac{a^2 + 4a\sqrt{2bT} - 16bT}{16b}$

$\Pi_R^4 = \frac{a^2}{16b} + T\frac{4a\sqrt{2bT} - 16bT}{16bT}$

$\Pi_R^4 = \frac{a^2}{16b} + T\frac{a\sqrt{2} - 4\sqrt{bT}}{4\sqrt{bT}}$ avec $r_B = \frac{a\sqrt{2} - 4\sqrt{bT}}{4\sqrt{bT}}$

$\Pi_R^4 = \frac{a^2}{16b} + Tr_B$

C'est-à-dire que :

$\Pi_R^4 = \frac{a^2}{16b} + r_B T > \Pi_R^3 = \frac{a^2}{16b} + r_S T$,

Cela implique que $r_B > r_S$ sachant que $r_B > 0$ et $r_S < 0$. L'inégalité $r_B > r_S$ sera toujours vérifiée, et par conséquent le détaillant choisira certainement la banque.

Ainsi la banque incitera le détaillant à choisir un crédit bancaire.

4.2 Analyse du surplus de la chaine

Dans cette partie, nous allons déterminer le gain obtenu ou perdu par rapport à une chaine intégrée, il résulte de la différence entre le profit obtenu de chacun des différents scénarios et le profit de la chaine intégrée. Dans les différents scénarios, le détaillant et le fournisseur margent sur leur coût respectivement par conséquent le prix de vente sur le marché augment. (Problème du double marginalisation, Tirole (1988))

Le profit de la chaine intégrée est le suivant :

$\Pi_{Sc} = pq$ où $q = \dfrac{a}{2}$ et $p = \dfrac{a}{2b}$:

Donc

$$\Pi_{Sc} = \frac{a^2}{4b}$$

Surplus du scénario 1 est : $\Delta\Pi = \Pi_{Sc} - \Pi^1_{Sp}$ où Π^1_{Sp} est le profit somme des profits R et S et il s'exprime comme suit :

$$\Pi^1_{Sp} = \frac{a^2}{16b} + \frac{a^2}{8b} = \frac{3a^2}{16b}$$

Donc.

$\Delta\Pi = \Pi_{Sc} - \Pi^1_{Sp} = \dfrac{a^2}{16b}$. En optant le scénario 1 nous perdrons une partie du profit gagné dans la chaine intégrée.

Surplus du scénario 2 : $\Delta\Pi = \Pi_{Sc} - \Pi^2_{Sp} = \dfrac{a^2}{4b} - T$

Sachant que $0 < T < \dfrac{a^2}{8b}$, c'est-à-dire que, $\dfrac{a^2}{8b} < \Delta\Pi < \dfrac{a^2}{4b}$, une perte de profit survient. Elle varie entre une valeur minimale de $\dfrac{a^2}{8b}$ et une valeur maximale de $\dfrac{a^2}{4b}$. Cette perte est corrélée positivement avec la valeur de la trésorerie du détaillant.

Surplus du scénario 3 : $\Delta\Pi = \Pi_{Sc} - \Pi^3_{Sp} = \dfrac{a^2}{16b}$.

Où $\Pi^3_{Sp} = (\dfrac{a^2}{16b} + r_S T) + (\dfrac{a^2}{8b} - r_S T) = \dfrac{3a^2}{16b}$.

Le profit réalisé dans la chaine intégrée est supérieur à celui réalisé dans le cas du financement fournisseur (Scénario 3) (quelle que soit la valeur de r_S).

Surplus du scénario 4 : $\Delta\Pi = \Pi_{Sc} - \Pi^4_{Sp} = \dfrac{a^2}{16b}$

Où $\Pi^4_{Sp} = \dfrac{a^2 + 4a\sqrt{2bT} - 16bT}{16b} + \dfrac{a\sqrt{T}}{2\sqrt{2b}} + \dfrac{a^2}{8b} - \dfrac{a\sqrt{T}}{\sqrt{2b}} + T$

$$\Pi^4_{Sp} = \frac{a^2}{16b} + \frac{a^2}{8b} + \frac{4a\sqrt{2bT}}{16b} - T + T - \frac{a\sqrt{T}}{2\sqrt{2b}}$$

$$\Pi^4_{Sp} = \frac{3a^2}{16b} + \frac{a\sqrt{2bT}}{4b} - \frac{a\sqrt{T}}{2\sqrt{2b}} = \frac{3a^2}{16b}$$

Le profit réalisé dans la chaine intégrée est supérieur à celui réalisé dans le cas du financement bancaire (Scénario 4) et cela pour toute valeur de r_B.

La chaine intégrée permet d'éviter la double marginalisation du prix et faire plus de profit. Pour les cinq scénarios, chaque agent de la chaine ajoute sa propre marge, le prix de vente au marché augmente alors la quantité vendue baisse. Nous obtenons donc un profit inférieur au profit réalisé par la chaine intégrée.

4.3 Simulation des résultats obtenus.

En décidant d'avoir un crédit, le détaillant essaiera d'atteindre sa quantité optimale $q = \dfrac{a}{4}$. Dans le cas où la banque choisit un taux $r_B > r_S$, le détaillant réalise un profit sous crédit bancaire (B leader) supérieur à celui qu'il aurait pu réaliser sous crédit fournisseur leader. Par conséquent, il est primordial pour le détaillant d'avoir un banquier leader du jeu. Dans le scénario 4, le prix de cession est corrélé positivement avec sa trésorerie. Cela incitera un détaillant pauvre d'être motivé par un crédit bancaire si le créancier est le leader du jeu cela peut être expliqué par le fait que le prix d'achat sera plus attractif pour le détaillant.

Pour une comparaison numérique, nous allons considérer un seul ensemble de paramètres pour la première série de test. Nous supposons les valeurs suivantes : $a = 1$, $b = 1$ et $T \in \left[0, \dfrac{a^2}{8b} = \dfrac{1}{8}\right]$,

Récapitulation des cinq scénarios possibles :

1. Scénario 1 : Suffisance de trésorerie.
2. Scénario 2 : Insuffisance de trésorerie sans emprunt.
3. Scénario 3 : Insuffisance de trésorerie emprunt fournisseur leader.
4. Scénario 4 : Insuffisance de trésorerie emprunt bancaire leader.
5. Scénario 5 : Insuffisance de trésorerie emprunt bancaire sous-leader.

Comme nous avons vu précédemment, la fonction de profit du fournisseur est décroissante par rapport à son taux d'intérêt, ainsi le taux fournisseur optimal lors du scénario 3 est nul, ($r_S = 0$).

Dans notre simulation, nous allons confronter les cas d'insuffisance de trésorerie : du scénario 2 au scénario 5.

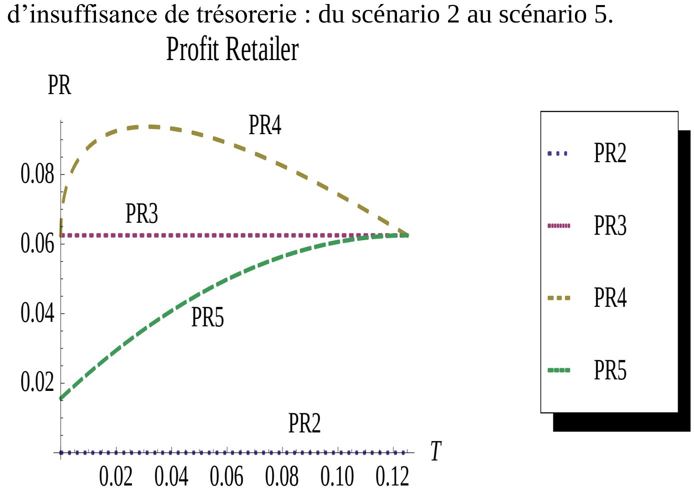

Figure 2 : Profit du Détaillant

La figure 2 explicite la tendance de la fonction de profit du détaillant relative à chaque situation d'emprunt.

Le scénario 4 (banque leader) financement sous banque leader est le plus profitable pour la fonction de profit du détaillant suivi du Scénario 3 (financement fournisseur).

Dans le scénario 5 (banque sous leader), le profit du détaillant s'accroit avec sa trésorerie mais sans atteindre les profits réalisés dans le Scénario 3 et le Scénario 4.
Le détaillant devra donc choisir un crédit bancaire leader (Scénario 4).

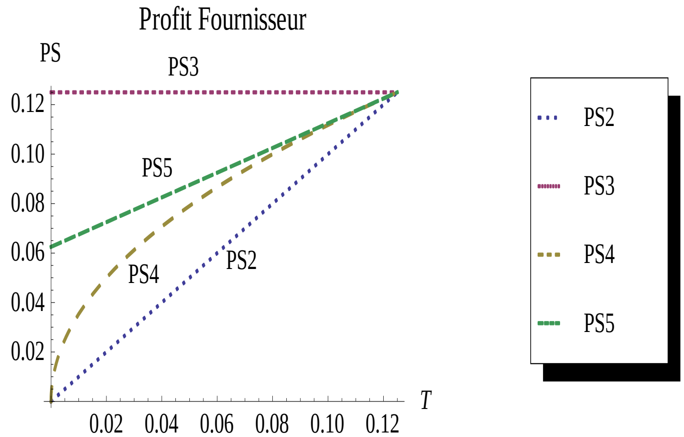

Figure 3: Profit du fournisseur

D'après la figure 3, le fournisseur réalise des profits importants lorsqu'il est le leader dans le jeu de Stackelberg.
Le taux d'intérêt fournisseur est corrélé négativement avec son fournisseur. Cependant, le fournisseur a intérêt à proposer le plus bas taux d'intérêt possible.

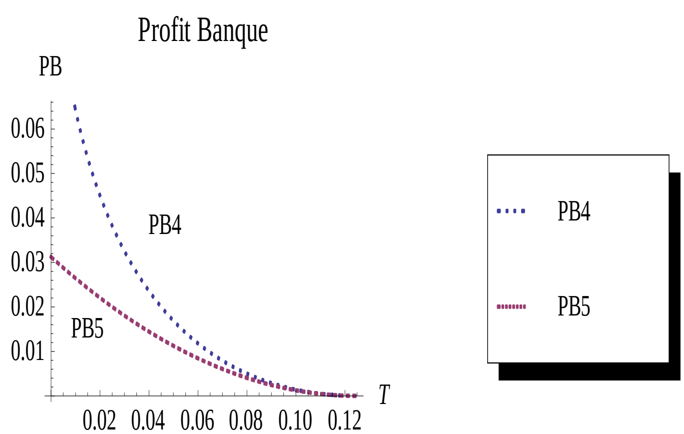

Figure 4: Profit de la banque

Quand la banque intervient comme créancier, une position de leader est préférée à une position de sous leader. Cela s'explique par le fait que S ne peut adapter son prix de cession en fonction du taux de crédit bancaire, et donc la quantité livrée n'en est pas impactée et atteint le niveau maximal obtenu dans le scénario 1.

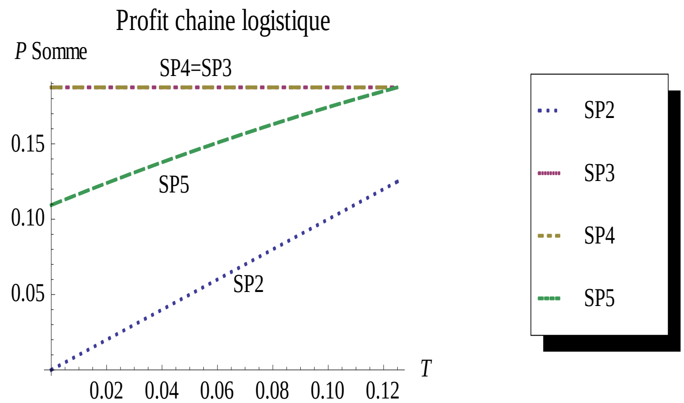

Figure 5: Profit de la chaine logistique

En outre, la position de la banque comme leader impacte positivement le profit de la chaine logistique. La question du partage de la richesse peut se poser dans cette analyse.

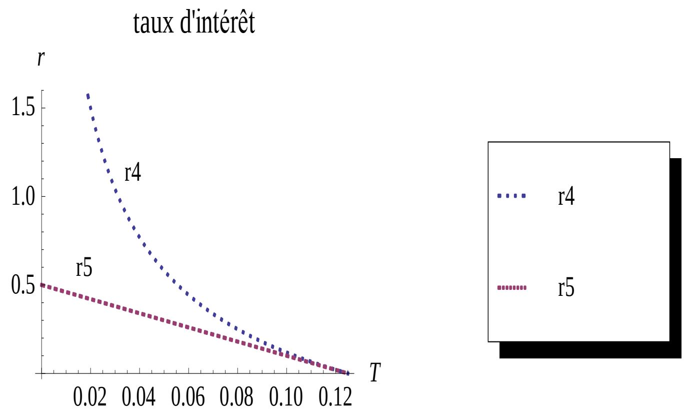

Figure 6: Le taux d'intérêt bancaire

L'analyse des variables de décision nous permet aussi de comprendre la décision de chaque acteur de la chaine. La banque propose un taux d'intérêt plus élevé en étant leader que sous leader. Par contre, les deux courbes de taux sont décroissantes en fonction de la trésorerie du détaillant. Le profit de la banque décroit avec la trésorerie du détaillant.

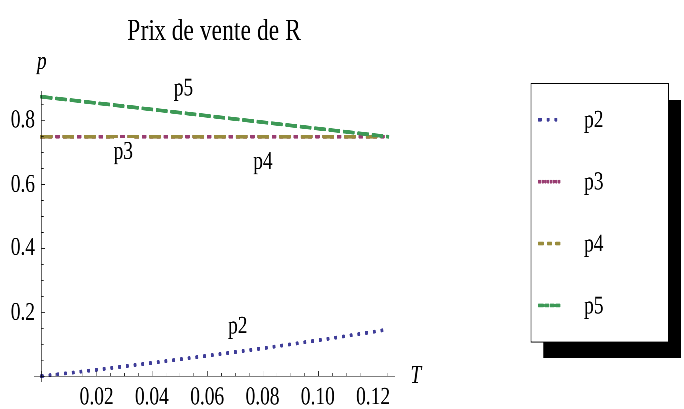

Figure 7 : Prix de vente du détaillant

Le prix de vente du détaillant est constant pour un créancier leader, par contre il est décroissant pour un financement bancaire lorsque la banque est sous leader. Cela résulte du fait que S peut adapter son prix de cession en fonction du taux bancaire, impactant ainsi la quantité de commande optimale de R.

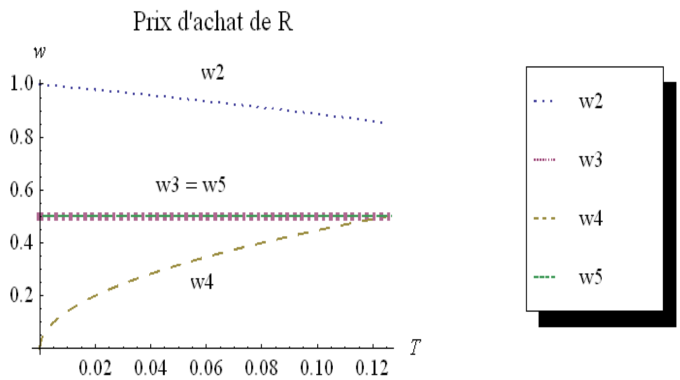

Figure 8 : Prix de vente du détaillant

Sous contrainte financière et sans crédit, S propose le prix de cession le plus élevé possible (Scénario 2). Le prix de cession le moins élevé est w4.

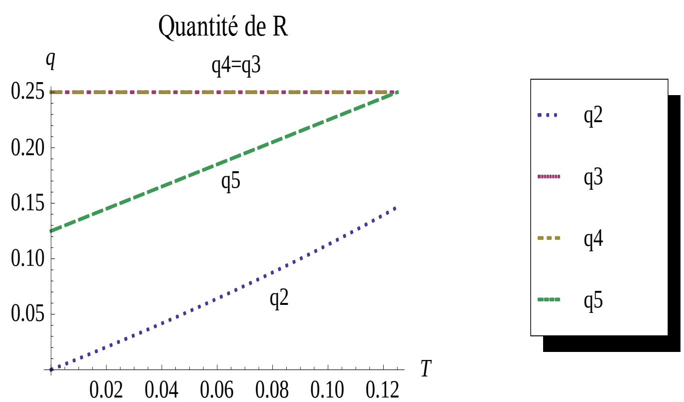

Figure 9 : Quantité commandée du détaillant

La quantité de commande est plus faible dans les scénarios 2 et 5 et elle est égale dans les autres scénarios. Tout repose sur la construction du prix de cession par le fournisseur qui, dans le scénario 2, va réduire le profit du détaillant à 0 (ce n'est pas l'optimum pour T suffisant) ; et dans le scénario 5, il ne peut se caler sur le taux bancaire.

5 CONCLUSION

Nous avons montré l'existence d'un impact de la trésorerie sur la décision du détaillant ainsi que sur la valeur ajoutée de la chaine logistique, et aussi le rôle de la théorie de jeu sur la prise de décision d'emprunt.

Dans notre article, le détaillant ayant une contrainte financière commande une quantité équivalente à celle commandée par un détaillant sans difficulté financière. En effet, il profite d'un prix d'achat moins élevé, ce qui permettra au détaillant de générer un profit important. La chaine logistique réalise un profit optimal grâce à un financement fournisseur ou bancaire si la banque est le leader.

De plus, dans notre article, la banque participe dans la chaine logistique comme étant un agent actif (jeu de Stackelberg).

L'introduction du flux financier dans la chaine logistique renouvelle la prise de décision du détaillant. Un financement bancaire devient plus attractif pour un détaillant en difficulté financière surtout dans le cas où la banque prend la position de leader.

Le fournisseur n'a aucun intérêt approvisionner un détaillant en difficulté financière. Par conséquent, il est obligé d'être le créancier ou de trouver une banque pour financer son acheteur. En ayant une position de leader, le fournisseur pourrait tirer un meilleur bénéfice en finançant le détaillant. En revanche, le détaillant gagnerait à privilégier un financement bancaire (banque leader), ainsi la banque ne devrait pas être un agent passif dans la chaine logistique, comme il a été démontré dans cet article avec notre simulation.

6 REFERENCES

Bing J, Xiangfeng C, Gangshu Cai (2012) Equilibrium Financing in a Distribution Channel with Capital Constraint. *Production and Operation Management Valume 21, Issue 6, pp 1090-1101*

Buzacott J.A. Zhang, R.Q (2004) Inventory Management with Asset-Based Financing. *Management Science vol 50 No 9,Septembre 2004, pp.1274-1292*

Buzacott, J. A.and R. Q. Zhang.(2004), Inventory management with Financial Heding. *Operations Research, Vol.57 Nol, pp.47-65.*

Caldenty, R. and X.F. Chen. (2010), The role financing service in procurement contracts, *In Handbook of Integrated Risk Mangement in Global Supply Chains, co-edited by panos Kouvelis, Onur Boyabtli, Lingxiu Dong, and Rong Li, John*

Chen, X. Wang, A. (2012) Trade credit contract with limited liability in the supply chain with budget constraints. *European Journal of Operational Research, 196(1), pp153-165.*

Chen, X.F. G.Cai (2011). Joint logistics and financial services by a 3PL firm, *European Journal of Opreational Research, 2011, vol. 214, issue 3, pages 579-587*

Chen,X.(2015). A model of trade credit in a capital-constrained distribution channel, *Int J. Production Economics 159(2015), pp153-165.*

Dada,M. Q.J.Hu (2008). Financing the newsvendor inventory. *Operations Research Letters 36(5), 369-57.*

Ghosh, D. Shah, J (2011) A comparative analysis of greening policies across supply chain structure. *Int.J.Production Economics135(2012) pp568-583.*

Kouvelis, P. W.Zhao (2008). Financing the newsvendor: Supplier vs bank, optimal rates and alternative schemes. *Working paper st. louis. Missouri: Onlin Business School, Washington University*

Kouvelis, P. W.Zhao (2012). Financing the newsvendor: Supplier vs bank, and the Structure of Optimal Trade Credit Contracts. *Operations Research Letters 60(3), pp566-580.*

Lariviere, M. A. E.L. Porteus (2011) Selling to the newsvendor : An analysis of price only contracts. *Manufacturing and Service Operation Management 3(4), pp293-305*

Mahesh.N, Greys.S (2008) Game-theoretic analysis of cooperation among supply chain agents : Review and extensions. *European Journal of Operation Research 187 (2008) pp 719:745*

Modigliani,F. and M.H. Miller.(1958) the coste of capital corporation finance, and the neuwsvendor problem. *IIE Transactions 35(2), pp131-142.*

Tirole.J (1988) Théorie de l'organisation industrielle Tome 1. *Economica paris pp 340-398*

Xiangfeng.C (2015) A model of trade credit in a capital-constained distribution channel. *Int. J. Production Economics 159(2015) pp347-357*

Xiangfeng.C , W.Anyu (2012) Trade credit contract with limited liability in supply chain with budget constraints. *Operations Research (2012) 196: pp153-165.*

Xiangfeng.C Chenxi.H The Value of Supply Chain Finance. *Prof. Dr. Md. Mamun Habib In Tech, Available from: http://www.intechopen.com/books/supply-chain-management-applications-and-simulations/the-value-ofsupply-chain-finance*.

Xu,X. D. and J.R. Brige.(2004), Join production and financing decisions : modeling and stochastic programming approach, *Naval Research Logistics, Vol.53 No.3, pp173-196.*

Yang, S. Alex and Birge, John R (2013) How Inventory Is(Should Be) Financed : Trade Credit in Supply Chains With Demand Uncertainty and Costs of Financial Distress. *Social Science Research Network. Available at SSRN :* http://ssrn.com/abstract=1734682.

7 ANNEXE

Variable	$\Pi_R(eq)$	$\Pi_R(c=0)$	$\Pi_S(eq)$	$\Pi_S(c=0)$	$\Pi_B(eq)$	$\Pi_B(c=0)$
T sup S-leader	$pq-wq$	$\frac{a^2}{16b}$	$q(w-c)$	$\frac{a^2}{8b}$	ϕ	ϕ
T inf S-leader	$pq-T$	0	$q(w-c)$	T	ϕ	ϕ
Crédit S-leader	$q(p-w)-(wq-T)r_S$	$\frac{a^2}{16b}+r_S T$	$q(w-c)+(wq-T)r_S$	$\frac{a^2}{8b}-Tr_S$	ϕ	ϕ
Crédit B-leader	$q(p-w)-(wq-T)r_B$	$\frac{a^2+4a\sqrt{2bT}-16bT}{16b}$	$q(w-c)$	$\frac{a\sqrt{T}}{2\sqrt{2b}}$	$(wq-T)r_B$	$\frac{a^2}{8b}-\frac{a\sqrt{T}}{\sqrt{2b}}+T$
Crédit B-sous leader	$q(p-w)-(wq-T)r_B$	$\frac{a^2}{64b}+\frac{3T}{4}-\frac{3bT^2}{a^2}$	$(w-c)q$	$\frac{a^2+8bT}{16b}$	$(wq-T)r_B$	$\frac{(a^2-8bT)^2}{32a^2b}$

Tableau 1 : Fonction de profit

Nous regroupons dans le tableau 1 les résultats trouvés dans notre étude pour les différentes fonctions de profit selon les scénarios supposés dans l'étude.

Variable	q^*	w^*	p^*	T	r
T sup S-leader	$\frac{a}{4}$	$\frac{a}{2b}$	$\frac{3a}{4b}$	$T \geq \frac{a^2}{8b}$	ϕ
T inf S-leader	$\frac{2bT}{a+\sqrt{a^2-4bT}}$	$\frac{a+\sqrt{a^2-4bT}}{2b}$	$\frac{a-\sqrt{a^2-4bT}}{2b}$	$T < \frac{a^2}{8b}$	ϕ
Crédit S-leader	$\frac{a}{4}$	$\frac{a}{2b(1+r_S)}$	$\frac{3a}{4b}$	$T < \frac{a^2}{8b}$	$r_S = 0$
Crédit B-leader	$\frac{a}{4}$	$\sqrt{\frac{2T}{b}}$	$\frac{3a}{4b}$	$T < \frac{a^2}{8b}$	$\frac{a\sqrt{2}-4\sqrt{bT}}{4\sqrt{bT}}$
Crédit B-sous leader	$\frac{a}{8}+\frac{bT}{a}$	$\frac{a}{2b}$	$\frac{7a}{8b}-\frac{T}{a}$	$T < \frac{a^2}{8b}$	$\frac{1}{2}-\frac{4bT}{a^2}$

Tableau 2 : Variable de décision

Dans le tableau 2 nous trouvons les variables de décision optimales selon les différents scénarios supposés dans l'étude.