

Étude de comparaison de politiques de commande pour un système manufacturier non fiable avec setup

MORAD ASSID¹, ALI GHARBI², ADNÈNE HAJJI³

¹ Laboratoire de Conception et de Contrôle des Systèmes de Production,
École de Technologie Supérieure, Université du Québec,
1100, rue Notre-Dame Ouest, Montréal (QC), Canada H3C 1K3,
morad.assid.1@ens.etsmtl.ca

² Département de génie de la production automatisée, École de Technologie Supérieure & CIRRELT,
ali.gharbi@etsmtl.ca

³ Département des opérations et des systèmes de décision & CIRRELT,
adnene.hajji@fsa.ulaval.ca

Résumé - Cet article traite de l'interaction entre la production et le setup (mise en course) dans le domaine de la commande optimale pour un système manufacturier composé d'une seule machine sujette à des pannes et des réparations aléatoires. Cette machine est capable de produire deux types de produits finis avec un coût et un temps de setup non-négligeable. En se basant sur la littérature, une nouvelle politique de commande MHCP₂ est proposée. Elle représente une extension de la politique "Modified Hedging Corridor Policy" et permet de réduire les pénuries. Une étude comparative approfondie est ensuite réalisée entre les deux politiques HCP (Hedging Corridor Policy) et MHCP₂. Il s'agit de tirer des conclusions méthodiques en analysant l'effet d'une large gamme de configurations de coûts et de temps du système, sur les paramètres de commande optimaux qui minimisent le coût total encouru. Les résultats obtenus montrent que la politique MHCP₂ est plus économique que HCP, mais la différence de coûts des deux politiques varie selon l'évolution des paramètres du système. Une approche expérimentale est adoptée. Elle se compose de plans d'expériences, de la méthodologie de surface de réponse et de modèles de simulation combinant des événements continus et discrets. Une analyse de sensibilité est également présentée.

Abstract – This article addresses a production and setup control problem in a manufacturing system with a machine subject to random breakdowns and repair. This machine is capable of producing two types of finished products and requires both set-up time and set-up cost. Based on the literature, a new control policy MHCP₂ is proposed. It represents an extension of the Modified Hedging Corridor Policy and aims to reduce shortages. A comparative study is then carried out between the two control policies: HCP (Hedging Corridor Policy) and MHCP₂. It focuses on drawing methodical conclusions by analyzing the effect of a wide range of configurations of the system on the optimal control parameters while minimizing the total cost incurred. The results obtained shows that the policy MHCP₂ is more advantageous in terms of cost-minimization than the HCP, but their cost difference varies according to the system parameters. An experimental approach is adopted. It's based on the design of experiment, the response surface methodology and combined discrete-continuous simulation models. A sensitivity analysis is also conducted.

Mots clés - Systèmes manufacturiers non-fiables, production de type seuil critique, setup, simulation, plan d'expériences.

Keywords - Unreliable manufacturing systems, hedging point policy, setup, simulation, design of experiments.

1 INTRODUCTION

Dans le domaine de la commande optimale, le concept de la politique à seuil critique (HPP) ; proposé par Akella et Kumar (1986), est la base sur laquelle plusieurs approches ont été développées (Kenne et Gharbi, 2000). Feng et Yan (2000) ont démontré l'optimalité de la politique à seuil critique pour un système manufacturier stochastique discret avec une demande

aléatoire. Sharifnia (1988) a traité le même problème que Akella et Kumar (1986) en considérant plusieurs états de la machine, il a montré que la politique de production optimale a une structure de multiples seuils critiques (MHPP). Caramanis et Sharifnia (1991) ont utilisé une méthode de décomposition afin de concevoir une politique sous-optimale de planification de la production pour un système manufacturier. Ainsi, ils ont

transformé un problème de commande complexe à plusieurs types de produits (M_1P_n) en plusieurs problèmes de commande plus simples avec un seul type de produit (M_1P_1) qu'on peut traiter analytiquement. Sethi and Zhang (1999) ont présenté une formulation explicite du problème de commande optimale d'un système de production composé d'une seule machine capable de produire plusieurs types de produits, en négligeant le temps et le coût de setup. Cependant, aucun système manufacturier n'est parfaitement flexible. Parmi les auteurs qui ont abordé cette classe de systèmes non flexibles, Yan et Zhang (1997) ont élaboré les conditions d'optimalité décrites par les équations de Hamilton-Jacobi Bellman pour un système manufacturier composé d'une seule machine capable de produire deux types de produits finis. Sachant que ces équations n'ont pas de solutions analytiques pour ce genre de problème, les auteurs ont appliqué une méthode numérique basée sur l'approche de Kushner (Kushner et Dupuis, 1992) pour développer une structure de la politique de commande sous-optimale. Dans le même sens, Bai et Elhafsi (1997) ont présenté une structure adaptée de la politique de commande, connue sous le nom de Hedging Corridor Policy (HCP). Gharbi et al. (2006) ont étendu les résultats de Bai et Elhafsi (1997) et ont obtenu une politique de commande sous-optimale améliorée appelée MHCP (Modified Hedging Corridor Policy).

Dans le contexte industriel, les opérations de setup peuvent avoir un impact important sur la compétitivité de l'entreprise dont la flexibilité et la performance de son système manufacturier sont limitées par les coûts et les arrêts de setup sans valeurs ajoutées, d'où le besoin de contrôler et de réduire le nombre des actions de setup. Il s'agit de mettre en place une structure globale et efficace des opérations de setup en considérant toutes les interactions entre les coûts partiels du système tels que le coût de production, d'inventaire, de rupture de stock, etc. Ainsi, le but est d'utiliser une politique de commande optimale de la production et du setup qui permet d'augmenter la productivité et la disponibilité des ressources ainsi que de minimiser les coûts. L'objectif principal de cet article s'inscrit dans la continuité des travaux réalisés par Bai et Elhafsi (1997), Hajji et al. (2004) et Gharbi et al. (2006). Ces derniers ont montré via l'utilisation d'une approche expérimentale intégrant la simulation et des méthodes statistiques d'optimisation, que la politique MHCP est plus économique que la politique HCP. Cependant, seulement cinq configurations où seul le paramètre de coût de pénurie varie ont été considérées, et les valeurs de l'amélioration de la politique de MHCP par rapport à la politique HCP obtenus sont différentes. Cette situation ne donne aucun détail de l'influence des autres paramètres du système sur les politiques de commande étudiées et nous mène à nous demander si le coût total de la politique MHCP ne pourra effectivement jamais dépasser celui de la politique HCP. Dans ce sens, nous estimons que ces expériences ; faites dans Gharbi et al. (2006) ne sont pas suffisantes et qu'il est évident que d'autres analyses comparatives seraient nécessaires pour tirer des conclusions de façon méthodique. Notre travail consiste à réaliser une étude comparative approfondie entre les deux politiques de commande HCP et MHCP en analysant l'effet d'une large gamme de configurations de coûts et de temps du système, sur les paramètres de commande optimaux qui minimisent le coût total encouru (Figure 1).

Le système manufacturier étudié consiste en une seule machine non-flexible capable de produire deux types de produits finis.

Cette machine est soumise à des pannes et des réparations aléatoires qui peuvent générer des ruptures de stock. De plus, des temps et des coûts significatifs de setup sont engendrés à chaque fois que la production passe d'un type de produits à un autre. La Figure 1 décrit la structure du système manufacturier étudié.

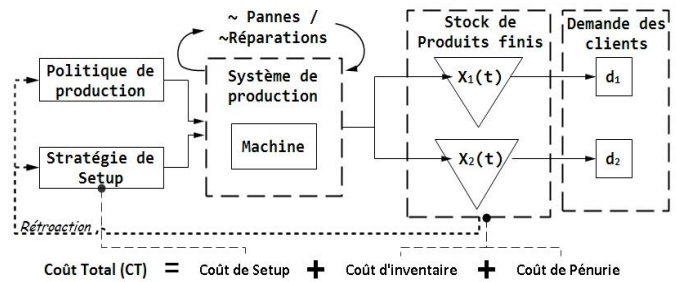


Figure 1. Système manufacturier étudié

Des hypothèses supportées dans (Bai et Elhafsi, 1997) et (Gharbi et al., 2006) seront aussi adoptées dans ce travail dans le but de conserver les caractéristiques principales du système manufacturier :

- L'activité de détection de la panne de la machine est pratiquement instantanée et les interventions de réparations sont immédiatement lancées ;
- La demande des clients est supposée constante ;
- La demande des clients non satisfaite est placée en arriérage en engendrant des coûts de pénurie ;
- Le temps des actions de setup nécessaire pour passer de la production d'un type de produits finis à un autre est constant.

1.1 Notation

Pour tout $i \in I = \{1,2\}$, la notation suivante sera utilisée dans tout ce chapitre :

- P_i : Type du produit i , $i \in I$
- $x_i(t)$: Niveau d'inventaire (ou de pénurie) de P_i au temps t
- d_i : Taux de la demande du produit P_i
- u_i : Taux de production du produit P_i
- U_i^{\max} : Taux maximal de production du produit P_i
- Z_i : Niveau du seuil critique de l'inventaire du produit P_i
- T_{ij}^s : Temps nécessaire pour passer de la production de P_i à P_j (setup) avec $i \neq j$
- N_{ij}^s : Nombre d'opérations de setup exécutées pour passer de la production de P_i à P_j , $i \neq j$
- c_i^+ : Coût de mise en inventaire par unité de temps par unité de P_i
- c_i^- : Coût de pénurie par unité de temps par unité de P_i
- c_{ij}^s : Coût d'une action de setup pour passer de P_i à P_j , $i \neq j$

1.2 Description des politiques de commande

Deux structures de la politique de commande de la production et du setup seront alors considérées dans ce travail, elles sont basées sur des travaux de recherche antérieurs concernant le système manufacturier représenté dans la Figure 1.

1.2.1 Politique du Corridor classique (HCP)

Nous adoptons la structure de la politique de commande proposée par Bai et Elhafsi (1997) connue sous le nom de Hedging Corridor Policy (HCP). Sa structure est caractérisée par un seul seuil Z_i , $i \in \{1,2\}$ pour chaque type de produits finis. La Figure 2 illustre un exemple montrant la trajectoire des

inventaires suivant les instructions de la politique HCP.

Le couloir (Corridor) de la politique de commande HCP a pour rôle de diriger la trajectoire de l'inventaire des produits finis pour cibler les seuils des stocks positifs équivalents (Z_1 et Z_2). Ainsi, la machine fonctionne tout au long de sa période de disponibilité à capacité maximal, de telle façon qu'au moment où l'un des niveaux de stock de produits finis atteint son seuil critique, une opération de setup est exécutée pour passer à la fabrication de l'autre type de produits (Figure 2). Les stocks bâtis permettent de continuer à satisfaire la demande clientèle lorsque le système devient indisponible (en réparation, en arrêt de setup ou fabricant l'autre produit). Voici une représentation analytique de la structure de la politique de commande HCP :

$$u_1(.) = \begin{cases} U_1^{\max} * \text{Ind}\{S_{21} = 1\} & \text{si } x_1 < Z_1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (1)$$

$$u_2(.) = \begin{cases} U_2^{\max} * \text{Ind}\{S_{12} = 1\} & \text{si } x_2 < Z_2 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2)$$

$$S_{21} = \begin{cases} 1 & \text{si } (x_2 = Z_2) \text{ et } (x_1 < Z_1) \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3)$$

$$S_{12} = \begin{cases} 1 & \text{si } (x_1 = Z_1) \text{ et } (x_2 < Z_2) \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (4)$$

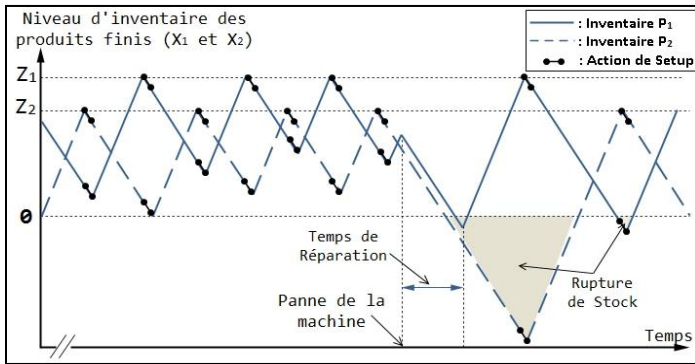


Figure 2. Trajectoire des inventaires avec la politique HCP

1.2.2 Politique du Corridor modifiée

La deuxième politique adoptée est inspirée des résultats de Gharbi et al. (2006). En effet, en se basant sur une méthode numérique basée sur l'approche de Kushner (Kushner et Dupuis, 1992), ils ont obtenu une politique de commande sous-optimale de la production et du setup qu'ils ont intitulé Modified Hedging Corridor Policy (MHCP), elle se caractérise par les seuils (Z_i et $a_i, i \in \{1,2\}$ avec $a_i \leq Z_i$) reliés au niveau d'inventaire pour chaque type de produits. L'avantage principal de la politique MHCP est de réduire le nombre d'opérations de setup exécutées par rapport à celle de HCP durant une même période donnée. Il est à noter que des modifications ont été apportées à la politique de commande d'origine MHCP proposée par Gharbi et al. (2006), dans le but de réduire le risque de pénurie. En effet, selon cette dernière, les opérations de setup sont souvent déclenchées lorsque le niveau d'inventaire d'un produit fini est nul. Cela implique des ruptures de stocks puisque le temps de setup ; qui requière l'arrêt de l'activité de production, est non-négligeable. Notons que la politique de commande originale prendra maintenant le sigle MHCP₁, alors que la politique MHCP₂ représentera la politique améliorée que nous proposons. La Figure 3 présente un exemple de la variation des inventaires

suivant les instructions de la politique de commande MHCP₂. Quand le niveau d'inventaire d'un type de produits atteint le seuil critique $Z_i, i \in \{1,2\}$, deux éventualités sont à envisager, si l'autre produit risque de tomber en rupture de stock (mais il n'est pas encore en pénurie ($0 < X_i \leq b_i, i \in \{1,2\}$)), alors des actions de setup sont exécutées ①, sinon le taux de production de la machine est adapté au taux de la demande ②. En conséquence, un nouveaux paramètre ($b_i > 0, i \in \{1,2\}$) a été intégré dans la structure de la politique de commande MHCP₂ pour représenter le niveau d'inventaire nécessaire pour effectuer les opérations de setup avant de tomber en pénurie. En plus des seuils qui représentent les paramètres de commande de la politique à seuil critique Z_i avec $i \in \{1,2\}$ et les paramètres $b_i, i \in \{1,2\}$, les opérations de setup dépendent pour chaque type de produits d'un deuxième seuil $a_i, i \in \{1,2\}$ qu'on le nommera le seuil de setup (ou la borne du corridor). Ce dernier joue le rôle de déclencheur de l'action de setup lorsque $x_i \geq a_i$, et $x_j \geq b_j$ avec $j \in \{1,2\}$ et $i \neq j$ ③.

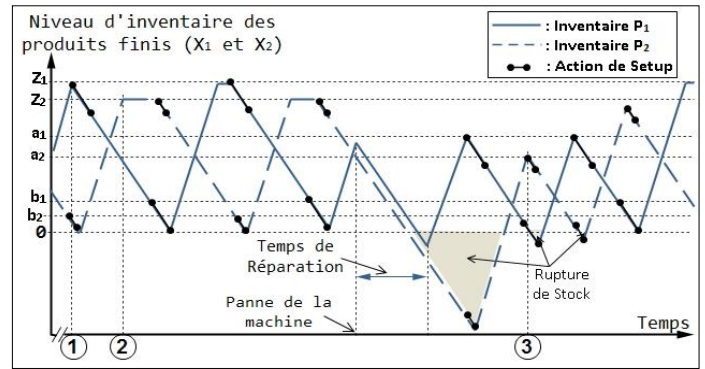


Figure 3. Courbe des inventaires avec la politique MHCP₂

Les équations suivantes définissent la structure de la politique MHCP₂ améliorée. Elle est caractérisée par six paramètres de commande Z_i, a_i et b_i avec $i \in \{1,2\}$.

$$u_1(.) = \begin{cases} U_1^{\max} * \text{Ind}\{S_{21} = 1\} & \text{si } x_1 < Z_1 \\ d_1 * \text{Ind}\{S_{21} = 1\} & \text{si } x_1 = Z_1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (5)$$

$$u_2(.) = \begin{cases} U_2^{\max} * \text{Ind}\{S_{12} = 1\} & \text{si } x_2 < Z_2 \\ d_2 * \text{Ind}\{S_{12} = 1\} & \text{si } x_2 = Z_2 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (6)$$

$$S_{21} = \begin{cases} 1 & \text{si } (x_2 > a_2) \text{ et } (x_1 < b_1) \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (7)$$

$$S_{12} = \begin{cases} 1 & \text{si } (x_1 > a_1) \text{ et } (x_2 < b_2) \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (8)$$

2 APPROCHE DE RESOLUTION

En vue de comparer les deux politiques de commande de production et de setup considérées dans cet article, nous devons, en premier lieu, optimiser les paramètres de commande de chaque politique. Par la suite, nous menons une étude comparative de la différence du coût optimal des deux politiques de commande pour une large gamme de configurations des paramètres de coût et de temps du système. L'approche de résolution adoptée est inspirée de celle proposée par Gharbi et al. (2011), elle est basée sur la combinaison de l'outil de la

simulation et des méthodes statistiques d'optimisation. Cette approche se compose de trois grandes étapes :

1. Description des politiques de commande : Comme dans la section 1.2, la structure des politiques de commande est analysée puis traduite en équations mathématiques en vue de l'utiliser par nos modèles de simulation.
2. Modélisation par Simulation : Chaque modèle de simulation utilise une des politiques de commande ; présentées dans la section 1.2, comme une entrée pour conduire plusieurs d'expériences et ainsi évaluer la performance du système manufacturier. La section 2.1 présente plus de détails les modèles développés.
3. Plans d'expérience et méthodologie de surface de réponse : L'approche des plans d'expérience définit le nombre de réplifications des expériences, le domaine expérimental des facteurs d'entrée (variables indépendantes) considérés et la façon dont ces derniers varient les uns par rapport aux autres. L'analyse de la variance (ANOVA) sera par la suite employée pour déterminer les principaux facteurs et leurs interactions qui ont un effet significatif sur le coût total (variable dépendante). Ensuite, l'utilisation de la méthodologie de surface de réponse permettra de définir la relation entre le coût total et les facteurs principaux et leurs interactions significatifs obtenus auparavant. Le modèle résultant est ensuite optimisée afin de déterminer la meilleure combinaison des paramètres de commande qui minimisent le coût total encouru.

2.1 Modèles de simulation

La conception des modèles de simulation s'est réalisée sous forme de plusieurs réseaux en interactions entre eux, et dont chacun remplit une mission spécifique (activités de production, événements de pannes, interventions de réparations, etc.). Ainsi, le modèle de simulation pourra imiter fidèlement le comportement du système de production. Dans ce contexte, deux modèles ; adoptant une approche combinée continus / discrets, sont développées via l'utilisation du langage de simulation SIMAN et des sous-programmes écrits en langage C++ (Pegden et al., 1995). Le choix de cette approche combinée de modélisation repose principalement sur la nature impulsive de la dynamique du système manufacturier ainsi que sur sa capacité à raccourcir énormément le temps d'exécution par rapport aux modèles purement discrets (Lavoie et al., 2007). Plusieurs simulations préliminaires ont permis de déterminer la durée de simulation nécessaire pour atteindre le régime permanent. Elle est égale à $T_{\infty} = 500.000$ unités de temps. Chacun des deux modèles de simulation est dirigé par une politique de commande de production et de setup (section 1.2) puis exécutés à l'aide du logiciel de simulation ARENA dans le but de reproduire la dynamique du système et d'évaluer sa performance. La Figure 4 représente le schéma-bloc des modèles de simulation développés. La modélisation de notre système manufacturier consiste en huit grandes parties :

- Bloc ① : Le bloc *Initialisation* permet d'initialiser les variables du modèle (taux de production, taux de demande, la capacité de la machine, etc.) ainsi que la valeur minimale et maximale d'avancement dans temps pour l'intégration des variables cumulatives et les erreurs permises. Nous considérons aussi dans cette étape la durée de simulation et la fin de la période Warm-Up, à partir du quelle les données statistiques sont collectées.

- Bloc ② : Le bloc *Arrivée de la demande* affecte directement le niveau d'inventaire des deux types de produits finis à chaque instant. En effet, nous nous servons des contrôles effectués de façon continue afin de déterminer s'il s'agit d'une rupture de stock ou pas. Nous signalons que les taux de la demande clientèle sont utilisés comme une entrée dans les équations différentielles des inventaires.

- Bloc ③ : Le bloc *Politique de commande* permet d'appliquer la loi de commande des politiques considérées (section 1.2). Ainsi, le choix du type de produits à fabriquer et les taux de production sont déterminées en fonction du niveau des inventaires des produits finis (voir bloc Détection ⑦)

- Bloc ④ : Le bloc *Unité de fabrication* représente l'activité de la machine en fonction de la structure de la politique de commande adoptée (section 1.2). Les produits finis représentent la sortie de ce bloc.

- Bloc ⑤ : Le bloc *Actualisation des inventaires* agit sur le niveau des inventaires des produits finis à chaque instant. Effectivement, la variation des inventaires dépend des taux de production de la machine et de la demande clientèle. Lorsqu'un type de produits n'est pas en rupture de stock, sa production augmente son niveau d'inventaire, mais dans le cas contraire, elle se contente de satisfaire sa demande en arriéré en diminuant la pénurie.

- Bloc ⑥ : Le bloc *états de disponibilité du système* définit les temps de pannes et de réparations de la machine. Les modèles de simulation sont développés de façon à admettre toute les distributions de probabilité possible (~Panne et ~Réparation). A chaque instant, l'état de disponibilité de la machine est utilisé pour déterminer le taux de production exprimé sous forme d'équation d'état dans le langage C++.

- Bloc ⑦ : Le Bloc *Détection* contrôle de façon continue les inventaires des produits finis et envoie des signaux à chaque déclenchement d'un franchissement des seuils (Z_i, a_i et $b_i, i \in \{1,2\}$) au bloc politique de commande ③.

- Bloc ⑧ : Le bloc *Sauvegarde des données* se met en marche juste avant la fin de la simulation et permet automatiquement d'enregistrer toutes les informations nécessaires pour calculer la valeur du coût total encouru.

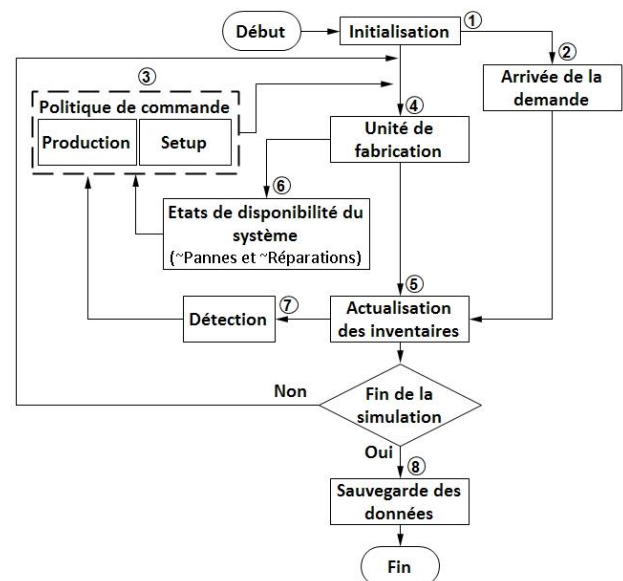


Figure 4. Schéma-bloc des modèles de simulation

2.2 Optimisation

Cette section présente la démarche adoptée pour calculer le coût total optimal avant d'entamer une analyse de comparaison entre les deux politiques de commande HCP et MHCP₂. Cette démarche se divise en deux étapes. La première permet d'obtenir la relation entre la variable dépendante du système (coût total) et ses facteurs (Z_i , $i \in \{1,2\}$ pour la politique HCP et Z_i , a_i et b_i , $i \in \{1,2\}$ pour MHCP₂) ainsi que leurs interactions qui ont un effet significatif sur la sortie. Tandis que la deuxième étape calcule les valeurs optimales des paramètres de commande (facteurs d'entrée) qui minimisent le coût total encouru. Dans ce sens, un exemple numérique est élaboré pour illustrer les stratégies des politiques de commande considérées dans ce travail.

Comme dans le cas de Gharbi et al. (2006), pour fin d'illustration nous supposons que les deux types de produits finis sont identiques. C'est-à-dire que les paramètres du système des deux types de produits sont égaux ($c_1^+ = c_2^+ = c^+$, $c_1^- = c_2^- = c^-$, $c_{12}^s = c_{21}^s = c_s$, $T_{12}^s = T_{21}^s = T_s$, $N_{12}^s = N_{21}^s = N_s$, $U_1^{\max} = U_2^{\max} = U_{\max}$ et $d_1 = d_2 = d$). En conséquence, la valeur des variables dépendantes est également équivalente ($Z_1 = Z_2 = Z$, $a_1 = a_2 = a$ et $b_1 = b_2 = b$). Le paramètre « b » est utilisé pour représenter la durée juste nécessaire pour passer de la fabrication d'un type de produits à un autre avant de tomber en pénurie. Il dépend du taux de la demande et de la durée de setup qu'on peut calculer à partir de $b = d \cdot T_{ij}^s$, $\forall i, j \in \{1,2\}^2$ et $i \neq j$. Par conséquent, la valeur de « b » est constante puisque le taux de la demande et les temps des opérations de setup sont fixes (voir les hypothèses adoptées dans la section 1). Notons que dans le but d'assurer que $a < Z$, une nouvelle variable α est définie de telle sorte que $a = \alpha \cdot Z$ et $0 \leq \alpha \leq 1$. Le tableau 1 résume les données du système.

Tableau 1. Paramètres de simulation

Paramètre	c^+	c^-	c_s	T_s	U_{\max}	D	MTBF	MTRR
Valeurs	5	200	40	1	5	1,75	EXP (95)	EXP (2,5)

En ce qui concerne la politique de commande HCP classique, le fait d'avoir un seul paramètre (Z) à optimiser nous amène à utiliser l'outil de régression polynomiale. Ainsi, le modèle obtenu, généralement quadratique pour représenter la convexité de la fonction coût, est ensuite optimisé afin de déterminer la valeur optimale du paramètre de commande qui minimise le coût total encouru. Voici l'équation du modèle ajustée trouvée :

$$C_{HCP} = 209,34 - 7,54929 \cdot Z + 0,279633 \cdot Z^2 \quad (9)$$

Le minimum est observé au point $Z^* = 13,49$, avec un coût total généré de $C_{HCP}^* = 158,31$.

D'autre part, en raison de la convexité de la fonction coût de la politique de commande MHCP₁ (Gharbi et al., 2006), nous sélectionnons le plan factoriel complet 3^2 qui conduit à la réalisation de neuf essais expérimentaux dans le but d'optimiser les paramètres de la politique MHCP₂. Ce type de plans factoriels complets est souvent utilisé pour des modèles ayant une petite quantité de facteurs, il donne des résultats plus précis vu que chaque interaction est estimée séparément. Cinq répliquations ont été effectuées pour chaque combinaison de facteurs, et donc, 45 ($3^2 \cdot 5$) simulations ont été exécutées au total. Plusieurs expériences de simulation préliminaires ont été

exécutées en vue de choisir les plages du domaine expérimental. Ces dernières sont présentées dans le tableau 2.

En utilisant le logiciel de statistiques Statgraphics, nous avons effectué une analyse de variance multifactorielle (ANOVA) sur les données de la simulation pour but d'obtenir les effets des variables indépendantes (Z et α) sur les variables de réponse (Coût et satisfaction clientèle). Selon les coefficients de corrélation ajustée (R^2) ; présentés dans la Figure 5, plus de 98% de la variabilité observée du coût total prévu est expliqué par le modèle de simulation (Montgomery, 2008). La Figure 5 montre aussi que tous les principaux facteurs (Z et α), l'interaction (Z. α) et les effets quadratiques (Z^2 et α^2) sont significatifs à un niveau de signification de 95%. Le troisième ordre des interactions et tous les autres effets sont négligés ou ajouté à l'erreur.

Tableau 2. Niveaux des variables indépendantes

Facteur	Niveau inférieur	Centre	Niveau supérieur	Descriptions
Z	15	21	27	Seuil critique
α	0,4	0,65	0,9	Borne du Corridor

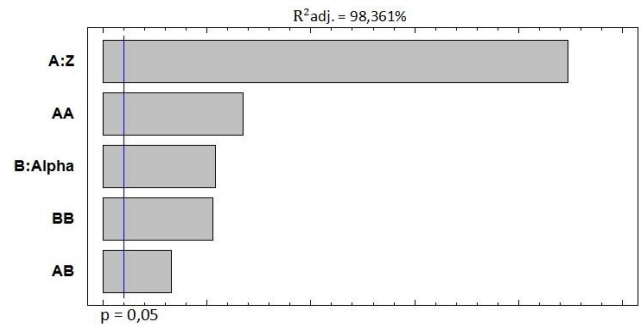


Figure 5. Diagramme de Pareto pour MHCP₂

Une analyse de la normalité des résidus et de l'homogénéité de la variance a été également effectuée pour vérifier la conformité du modèle. D'après Statgraphics, la fonction de surface de réponse des variables dépendantes du système est donnée par l'équation suivante :

$$C_{MHCP_2} = 254,64 - 7,72 \cdot Z - 149,47 \cdot \alpha + 0,21 \cdot Z^2 + 1,77 \cdot Z \cdot \alpha + 97,32 \cdot \alpha^2 \quad (10)$$

La surface de réponse équivalente à cette fonction est présentée dans la Figure 6. Le coût total optimal obtenu est égale à $C_{MHCP_2}^* = 148,51$. Il correspond aux paramètres de commande : $Z^* = 15,34$ et $\alpha^* = 0,63$, donc $a^* = 9,66$.

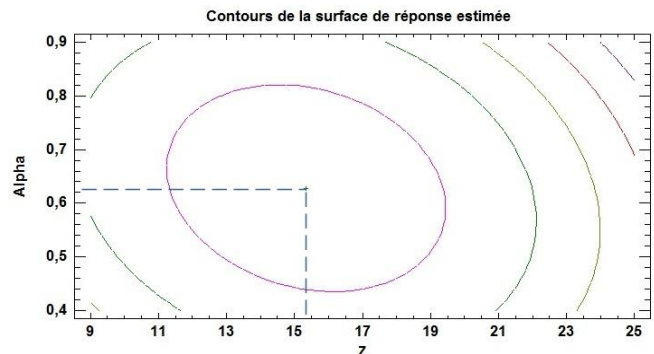


Figure 6. Surface de réponse du coût total

Le tableau 3 résume les résultats obtenus suite à l'optimisation des paramètres de commande des deux politiques de commande HCP et MHCP₂ qui minimisent le coût total encouru. Nous remarquons que pour les paramètres de coût apposés au système (Tableau 1), la politique de commande MHCP₂ est plus avantageuse en termes de coût que la politique classique HCP avec une réduction de 6,60%. Cette amélioration est due essentiellement à la capacité de la politique MHCP₂ à réduire le nombre des actions de setup (donc le coût de setup) par rapport à la politique HCP. Il est intéressant de noter que si le niveau optimal du seuil critique Z* ; pour la politique de commande MHCP₂, est plus élevé que celui de HCP, cela ne signifie pas que le coût d'inventaire est plus grand pour la politique MHCP₂. En fait, le stock des produits finis pour la politique de commande MHCP₂ varient sur une plus grande échelle entre les valeurs 0 et Z* et tombe un peu plus souvent en pénurie durant les pannes du système que la politique de commande HCP.

Tableau 3. Solutions des deux politiques HCP et MHCP₂

Modèle	Z*	a*	Coût	Intervalle de confiance (95%)
HCP	13,49	-	158,31	[153,91 ; 159,01]
MHCP ₂	15,34	9,66	148,51	[146,50 ; 150,47]

Pour valider les résultats des modèles représentés par les équations (9) et (10), nous avons considéré les paramètres optimaux (Z* = 13,49 pour la politique HCP et Z* = 15,34 et a* = 9,66 pour la politique MHCP₂) comme entrée pour conduire des expériences de simulation et déterminer l'intervalle de confiance. n=20 répliquions ont été adoptées. Nous confirmons que la valeur du coût optimal pour chaque politique de commande (Tableau 3) appartient bien à l'intervalle de confiance à 95% ($\bar{x} \pm t_{1-(\alpha/2)}^{n-1} \sqrt{S^2/n}$) équivalent.

3 ANALYSE DE SENSIBILITE

Nous procédons dans cette section à une analyse de sensibilité pour démontrer la robustesse de l'approche de résolution expérimentale et l'efficacité des politiques de commande étudiées. Pour cela, différentes combinaisons des paramètres du coût du système sont adoptées. Ces combinaisons de coûts sont dérivées du scénario de base (Tableau 1) et varient en augmentant et en diminuant leur valeur, une à la fois. Le tableau

4 résume la réaction des politiques de commande MHCP₂ et HCP face à la variation des paramètres de coût du système.

Les scénarios du tableau 4 montrent que la politique de commande MHCP₂ mène aux meilleurs résultats en termes de coût. En effet, la politique MHCP₂ réduit le coût total de 5,67% jusqu'à 7,52% par rapport à la politique HCP pour les configurations du système considérées. Notons également que les paramètres optimaux des deux politiques de commande évoluent de façon logique et cohérente. La réaction des paramètres de commande ainsi que celle du coût total encouru est analysée comme suit :

- Variation du coût d'inventaire (c⁺) (scénarios 1 et 2) : Quand c⁺ augmente, le seuil critique (Z*) et la borne du corridor (a*) diminuent dans le but d'éviter des coûts supplémentaires de l'inventaire. D'où l'augmentation du coût total des politiques de commande. Le contraire arrive lorsque c⁺ diminue.

- Variation du coût de pénurie (c⁻) (scénarios 3 et 4) : La variation de c⁻ a un effet inverse en comparaison avec le coût d'inventaire (c⁺). En effet, l'augmentation de la valeur de c⁻, augmente celle de Z* et de a* afin d'éviter des coûts supplémentaires de rupture de stock. Ainsi, le coût total des politiques de commande augmente. Le contraire se produit lorsque c⁻ diminue.

- Variation du coût de setup (c_s) (scénarios 5 et 6) : Les résultats du tableau 4 montrent que la variation de c_s n'affecte pas le niveau de seuil critique (Z*) de la politique HCP. Ce phénomène peut être expliqué par les directives de cette politique de commande puisque la machine fonctionne toujours à capacité maximal durant la période de sa disponibilité, de telle façon qu'au moment que l'un des niveaux de stock de produits finis (X₁(t), X₂(t)) atteint la valeur de Z, une opération de setup est exécutée. Ainsi, l'influence de c_s sur l'inventaire et la rupture de Stock est non significative. En ce qui concerne la politique de commande MHCP₂, nous remarquons que lorsque c_s augmente, la valeur de Z* et de a* diminuent dans le but d'éviter des coûts supplémentaires de setup. Effectivement, la politique MHCP₂ n'effectue aucune opération de setup que si l'un des produits risque de tomber en pénurie, sinon la production est maintenue au taux de la demande. Par conséquent, quand la valeur de Z* diminue, le nombre d'opérations de setup diminue également. Le contraire arrive quand c_s diminue.

Tableau 4. Analyse de sensibilité pour différents paramètres du coût

Scénario	c ⁺	c ⁻	c _s	Z _i *		a _i *	Coût total		D.C. ⁽¹⁾ (%)	Remarque
				HCP	MHCP ₂		HCP	MHCP ₂		
Base	5	200	40	13,49	15,34	9,66	158,31	148,51	6,60	Cas de base
1	4,5	200	40	14,36	16,86	10,40	148,72	139,85	6,34	a* ↑, Z* ↑, C* ↓
2	5,5	200	40	12,62	13,92	8,92	167,05	156,51	6,74	a* ↓, Z* ↓, C* ↑
3	5	180	40	12,52	14,29	9,17	152,28	142,18	7,10	a* ↓, Z* ↓, C* ↓
4	5	220	40	14,28	16,65	10,29	163,49	154,27	5,98	a* ↑, Z* ↑, C* ↑
5	5	200	30	13,49	15,15	9,53	155,56	147,21	5,67	a* ↓, Z* ↓, C* ↓
6	5	200	50	13,49	15,54	9,74	161,07	149,80	7,52	a* ↑, Z* ↑, C* ↑

⁽¹⁾D.C. : différence de coût entre les politiques HCP et MHCP₂, il est exprimé par $D.C. = (C_{HCP}^* - C_{MHCP_2}^*) / C_{MHCP_2}^*$.

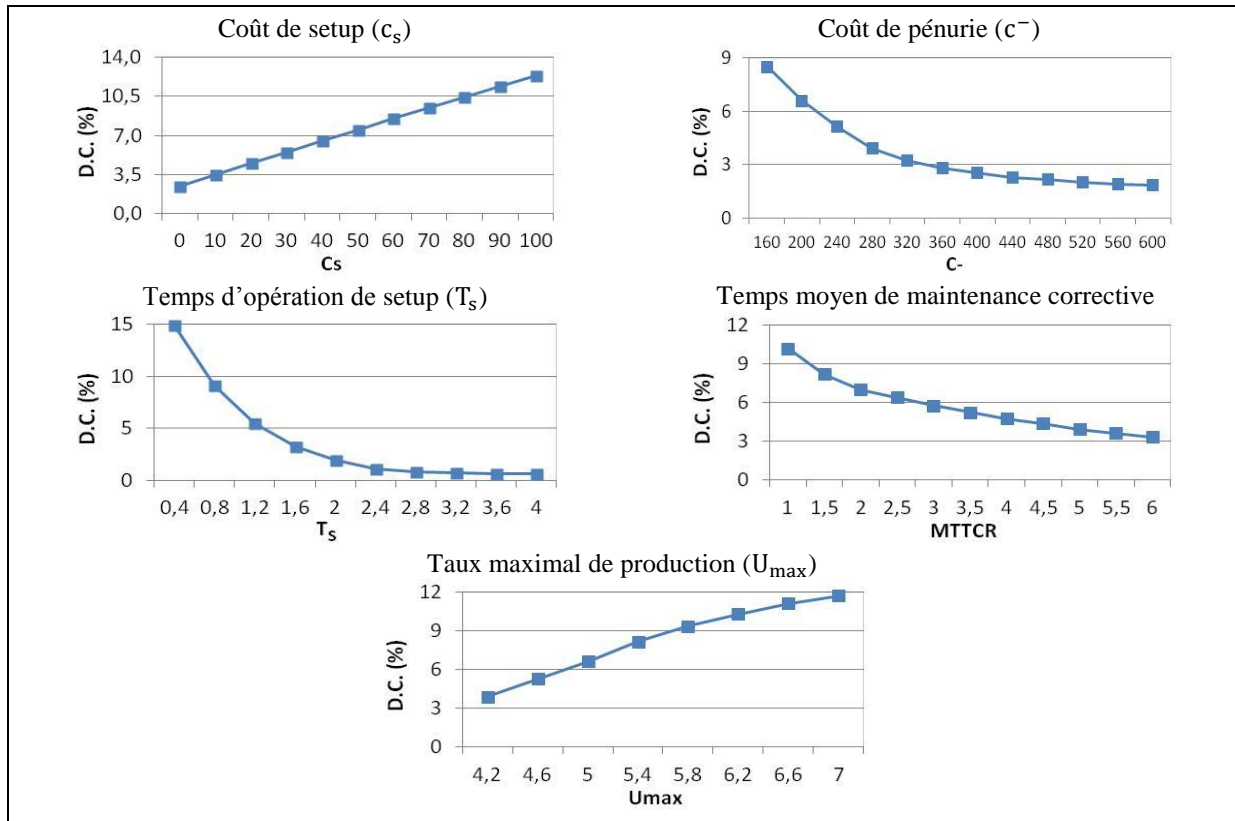


Figure 7. Effets de la variation des paramètres de coûts et de temps du système sur la différence du coût total entre les politiques de commande HCP et MHCP₂

4 INFLUENCE DES PARAMETRES DE COUT ET DE TEMPS SUR LES POLITIQUES DE COMMANDE

Dans cette section, une étude comparative plus approfondie de l'effet de la variation de chaque paramètre de coût et de temps du système sur la différence de coût des politiques de commande est réalisée. Elle est présentée dans la Figure 7. Les résultats obtenus et des explications sont ainsi développés en fonction de la structure des politiques de commande considérées et de leurs paramètres. Notons que la différence de coût entre HCP et MHCP₂ est exprimée par $D.C. = (C_{HCP}^* - C_{MHCP_2}^*) / C_{MHCP_2}^*$.

4.1 Influence des paramètres de coût (c_s et c^-)

Puisque le modèle MHCP₂ est conçu dans le but d'éviter les opérations inutiles de setup, l'augmentation du coût de ce dernier (c_s) fait croître la différence du coût total (D.C.) engendré entre les politiques HCP et MHCP₂ en faveur du deuxième (Figure 7). En effet, cette augmentation est due essentiellement au nombre élevé d'opérations de setup exécutées par le modèle HCP, et cela à chaque fois qu'un niveau d'inventaire ($X_i, i \in \{1,2\}$) atteint son seuil critique (Z). Tandis que le modèle MHCP₂ n'effectue aucune opération de setup que si l'un des produits risque de tomber en pénurie, et dans le cas contraire, on maintient la production au taux de la demande.

La Figure 7 montre aussi que la différence de coût (D.C.) entre les modèles HCP et MHCP₂ diminue quand le coût de pénurie (c^-) augmente. Ce phénomène est expliqué par la structure de la politique de commande HCP dont la machine fonctionne tout au long de sa période de disponibilité à capacité maximale, de telle

façon que dès que l'un des niveaux de stock de produits finis atteint son seuil critique, une opération de setup est exécutée pour passer à la fabrication de l'autre type de produits. Par conséquent, la nature aléatoire des pannes permet au modèle MHCP₂ de générer plus de pénurie que le modèle HCP, d'où la diminution de D.C. lorsque c^- augmente. Toutefois le coût total de la politique HCP reste plus élevé que celle du MHCP₂. Afin de confirmer ce résultat, nous avons comparé le coût total des deux politiques pour une valeur très grande valeur de c^- . La valeur DC calculée pour $c^- = 1000$ est égale à $0.93\% \geq 0$.

4.2 Influence de la durée de maintenance corrective (MTTCR) et de la durée de setup (T_s)

La variation de la durée d'opération de setup (T_s) affecte le seuil critique (Z^* et a^* augmentent suivant la croissance de T_s) et principalement le nombre d'exécution des opérations de setup (N_s). Ce dernier diminue d'une façon considérable concernant la politique de commande HCP, d'où la réduction de D.C. entre MHCP₂ et HCP lorsque T_s augmente (Figure 7).

La diminution de D.C. est aussi observée lors de l'augmentation de la durée moyenne de maintenance corrective (MTTCR) (Figure 7). La raison coïncide avec celle donnée dans la section 4.1 où nous traitons la variation de c^- . En effet, l'occurrence des pannes aléatoires qui sont de plus longue durée (MTTCR augmente), engendre plus d'inventaire (Z^* et a^* augmentent) dans le but de se protéger contre la rupture de stock. Toutefois, puisque la politique MHCP₂ n'effectue aucune action de setup que lorsqu'un type de produits finis risque de tomber en pénurie, cette politique implique plus de rupture de stock par rapport à

HCP lors des pannes du système. D'où la diminution de D.C. Dans le but de confirmer la supériorité de la politique de commande MHCP₂ en comparaison avec la politique HCP, nous traitons le cas où $c_s = 5$, $c^- = 1000$, $T_s = 4$ et $MTTCR=4$ en respectant les conditions de faisabilité du système de production. Ainsi, la valeur de D.C. obtenue est égale à $0,08\% \geq 0$.

4.3 Influence du taux de production maximal

En tenant compte des conditions de faisabilité du système, la Figure 7 montre que D.C. croît quand U_{max} augmente. La variation de U_{max} agit directement sur le coût de setup mais aussi sur le niveau d'inventaire des produits finis. En fait, l'augmentation de U_{max} est équivalente à accroître la capacité de production du système, d'où la diminution Z^* et du coût de pénurie. Par ailleurs, le coût de setup du modèle HCP augmente d'une manière significative puisque le niveau des inventaires atteint plus rapidement le seuil Z^* (capacité de production plus grande), impliquant ainsi des actions de setup plus nombreuses.

4.4 Résumé

La politique de commande MHCP₂ donne de meilleurs résultats en termes de coût que la politique HCP, exploitant ainsi sa capacité à exécuter les opérations de setup que si le système risque de tomber en pénurie. Cependant, cette faculté engendre souvent plus de rupture de stock et nécessite un espace de stockage plus élevé (le seuil critique optimal Z^* de la politique MHCP₂ plus grand que celui de HCP). Ainsi, dans certains cas (augmentation du coût de pénurie (c^-) et des temps moyens de CM (MTTCR) et de setup (c_s)), la différence de coût (D.C.) entre les politiques MHCP₂ et HCP devient plus faible.

5 CONCLUSION

Une étude comparative de deux politiques de commande de la production et de setup est effectuée pour un système manufacturier composé d'une seule machine sujette à des pannes et réparations aléatoires. Cette machine est capable de produire deux types de produits finis avec un délai et coût de setup non négligeables. Il s'agit de la politique de commande HCP (Hedging Corridor Policy) et de la politique MHCP₂ (Modified Hedging Corridor Policy) qui représente une amélioration de celle proposée par Gharbi et al. (2006), permettant ainsi de réduire le risque de rupture de stock. Ce travail utilise une approche de résolution intégrant la simulation combinée événement continu / discrets, à des techniques statistiques d'optimisation comme les plans d'expériences, l'analyse de la variance et la méthodologie de surface de réponse. Cette approche permet d'optimiser expérimentalement les paramètres de commande qui minimisent le coût total encouru.

Les premiers résultats confirment la supériorité en termes de coût de la politique modifiée MHCP₂ par rapport à la politique de commande HCP. Par la suite, une étude plus approfondie est effectuée pour but d'étudier l'effet des paramètres du coût et du temps du système sur les paramètres de commande et le coût total encouru. La conclusion obtenue est que la politique de commande MHCP₂ est plus avantageuse par rapport à la politique HCP pour toutes les configurations du système considérées, mais leur différence de coût (D.C.) diminue dans certaines situations comme l'augmentation du coût de pénurie, du temps de setup et du temps moyen des actions de la maintenance corrective. Il est pertinent de noter que dans ces

situations où la différence de coût entre les politiques HCP et MCHP2 peut s'approcher de zéro pourcent (D.C. $\approx 0\%$), la politique HCP devient plus intéressante en raison de la facilité d'implantation pratique et d'optimisation de ses paramètres (moins de paramètres de commande pour la politique HCP en comparaison par rapport à MHCP₂).

Dans l'un de nos travaux futurs, ce travail fera l'objet d'une extension qui consistera à introduire la notion de la maintenance préventive dans les politiques étudiées dans cet article.

6 REFERENCES

- Akella, R., & Kumar, P.R. (1986). Optimal Control of Production Rate in a Failure Prone Manufacturing System. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 31(2), 116-126.
- Bai, S.X., & Elhafsi, M. (1997). Scheduling of an unreliable manufacturing system with non-resumable set-ups. *Computers Ind. Eng.*, 32, 909-925.
- Caramanis, M., & Sharifnia, A. (1991). Near Optimal Manufacturing Flow Controller Design. *The International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, 3, 321-336.
- Feng, Y. & Yan, H. (2000). Optimal Production Control in a Discrete Manufacturing System with Unreliable Machines and Random Demands. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45(11), 2280-2296.
- Gharbi, A., Hajji, A., & Dhouib, K., (2011). Production rate control of an unreliable manufacturing cell with adjustable capacity. *International Journal of Production Research*, 49(21), 6539-6557.
- Gharbi, A., Kenné, J.P., & Hajji, A., (2006). Operational level-based policies in production rate control of unreliable manufacturing systems with set-ups. *International Journal of Production Research*, 44 (3), 545-567.
- Hajji, A., Gharbi, A., & Kenné, J. P. (2004). Production and setup control of a failure-prone manufacturing system. *International Journal of Production Research*, 42 (6), 1107-1130.
- Kenné, J. P. & Gharbi, A. (2000). Production planning problem in manufacturing systems with general failure and repair time distributions. *PPC*, 11 (6), 581-588.
- Kushner, H.J., and Dupuis, P.G., (1992). *Numerical Methods for Stochastic Control Problems in Continuous Time*. New York: Springer-Verlag.
- Lavoie, P., Kenné, J. P., & Gharbi, A. (2007). Production control and combined discrete / continuous simulation modeling in failure-prone transfer lines. *International Journal of Production Research*, 45(24), 5667-5685.
- Pegden, C. D., Shannon, R. E., Sadowski, R. P., & Corp, S. M. (1995). *Introduction to simulation using SIMAN*. McGraw-Hill.
- Sethi, S. P., & Zhang, Q., (1999). Average-Cost Optimal Policies for an Unreliable Flexible Multiproduct Machine. *The International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, 11, 147-157.
- Sharifnia, A. (1988). Production Control of a Manufacturing System with Multiple Machine States. *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-33(7), 600-626.
- Yan, H., & Zhang, Q., (1997). A numerical method in optimal production and setup scheduling of stochastic manufacturing systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 42(10), 1452-1455.