

Stratégie de maintenance conditionnelle pour des systèmes de production générant des dommages environnementaux

LAZHAR TLILI¹, MEHDI RADHOU², ANIS CHELBI³

¹UNIVERSITY OF TUNIS EL MANAR, ECOLE NATIONALE D'INGENIEURS DE TUNIS,
CEREP, Tunis, TUNISIA
tlililazher@yahoo.fr

²UNIVERSITY OF CARTHAGE, ECOLE NATIONALE D'INGENIEURS DE CARTHAGE,
CEREP, Tunis, TUNISIA
radhoui.mehdi@planet.tn

³UNIVERSITY OF TUNIS, ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'INGENIEURS DE TUNIS
CEREP, Tunis, TUNISIA
anis.chelbi@planet.tn

Résumé – Cet article propose une politique de maintenance conditionnelle pour des systèmes de production qui génèrent des dommages à l'environnement au fur et à mesure qu'ils se dégradent et vieillissent. Le système est soumis à des inspections séquentielles pour évaluer les dommages environnementaux générés. L'inspection nécessite l'arrêt du système. Dans le cas où une inspection révèle que le niveau de dégradation de l'environnement a dépassé un niveau critique préétabli, le système est considéré dans un état de défaillance et il aura généré d'importants dommages environnementaux. Une action de maintenance corrective (MC) est effectuée et, éventuellement, l'environnement est nettoyé. Afin d'éviter une telle situation indésirable, un niveau de seuil d'alerte inférieur est considéré pour déclencher une action de maintenance préventive (MP) qui prend moins de temps que celle corrective. Un modèle mathématique et une procédure numérique basée sur l'algorithme de Nelder-Mead sont développés pour déterminer simultanément le niveau de seuil d'alerte pour une action de MP et la séquence d'instant d'inspection qui maximisent la disponibilité stationnaire du système. Des calculs numériques sont réalisés pour illustrer le modèle proposé.

Abstract- This paper deals with a condition-based maintenance policy for production systems which generate damage to environment as they degrade and get older. The system is submitted to sequential inspections to assess the generated environmental damage. Inspections require stopping the system. In case an inspection reveals that the environmental degradation level has exceeded a predetermined critical level, the system is considered in a failed state and will have generated significant environmental damage. A corrective maintenance action is performed and the environment is eventually cleaned. In order to prevent such an undesirable situation, a lower threshold level is considered to trigger a preventive maintenance action which takes less time than the corrective one. A mathematical model and a numerical procedure based on Nelder-Mead algorithm are developed to determine simultaneously the preventive maintenance threshold level and the inspection period which maximize the stationary availability of the system. Numerical calculations are performed to illustrate the proposed model.

Mots clés-Maintenance conditionnelle, dégradation environnementale, inspection non-périodique, processus de Wiener, disponibilité.

Keywords- Condition-based maintenance, environmental degradation, sequential inspection, Wiener process, availability.

1 INTRODUCTION

La détérioration progressive de l'état de plusieurs systèmes de production peut entraîner une défaillance et/ou des dommages à l'environnement. De tels systèmes sont généralement soumis à des stratégies de maintenance. Parmi les plus appropriées, on distingue les politiques de maintenance conditionnelle. Celles-ci préconisent de surveiller directement ou indirectement le processus de dégradation du système via des inspections, et d'entreprendre les actions de maintenance appropriées en fonction du niveau de dommage environnemental révélé par l'inspection. Ce niveau est généralement comparé à des seuils prédéfinis.

Deux approches majeures sont utilisées dans la pratique pour surveiller la dégradation: la surveillance continue [1, 2] et l'inspection à différents instants [3]. Dans plusieurs cas réels, la surveillance en continu de la dégradation de l'environnement générée par le système est coûteuse et parfois difficile à réaliser. L'inspection séquentielle s'avère plus efficace dans un grand nombre de situations dans la pratique. De nombreux travaux ont été menés pour déterminer les séquences d'inspection et les seuils d'alerte de façon à optimiser un certain objectif comme par exemple le coût de maintenance [4, 5] ou la disponibilité du système [6, 7] sur un horizon fini ou infini.

Dans ce travail, nous considérons une stratégie de maintenance conditionnelle avec des inspections séquentielles et deux niveaux de seuils liés à la quantité de dommages à l'environnement générée à cause de la dégradation du système. Un niveau critique U , qui est connu, et un niveau inférieur L qui doit être déterminé. Le système est arrêté pour pouvoir inspecter le niveau de dommage environnemental. Dans le cas où une inspection révèle que le niveau critique U a été dépassé, le système est gardé à l'arrêt pendant un certain temps nécessaire pour effectuer une action de maintenance corrective (MC) et, éventuellement, nettoyer l'environnement. Une action de maintenance préventive (MP) d'une durée plus petite est entreprise à l'instant de l'inspection qui révèle que le dommage environnemental est entre L et U . Nous développons un modèle mathématique et une procédure numérique basée sur l'algorithme Nelder-Mead afin de déterminer le niveau de seuil L^* et la séquence des instants d'inspection Θ^* qui maximise la disponibilité du système stationnaire. Pour cela, nous proposons une nouvelle approche de modélisation basée sur le fait que le processus de dégradation est modélisé par le processus de Wiener.

Le reste de cet article est organisé comme suit : La prochaine section est dédiée à la modélisation du processus de dégradation. La description du problème et les hypothèses de travail sont données à la section 3. La Section 4 est dédiée à la modélisation mathématiquement de la politique d'inspection séquentielle. Dans la section 5, une procédure numérique basée sur l'algorithme de Nelder-Mead est développée pour générer la politique optimale. Dans la section 6, un exemple numérique est présenté pour illustrer le modèle développé. La conclusion et les perspectives sont exposées à la Section 7.

Notations

U : Seuil critique de dégradation environnementale.

L : Seuil d'alerte de dégradation environnementale pour déclencher une action de maintenance préventive.

T_p : Durée moyenne d'une action de maintenance préventive (MP).

T_c : Durée moyenne d'une action de maintenance corrective (MC).

T_d : Variable aléatoire associée à la durée au cours de laquelle l'excès de dommage environnemental est généré entre le moment où la quantité de dégradation de l'environnement dépasse le niveau critique U et l'instant de l'inspection qui révèle ce dépassement. Pendant ce temps, le système est considéré comme indisponible pour produire des produits acceptables.

T_i : Durée moyenne d'une inspection.

T_{cp} : Durée d'un cycle. Un cycle est la durée entre deux actions de maintenance (MC ou MP) successives.

T_U : Instant où la dégradation de l'environnement dépasse le niveau critique U pour la première fois.

T_L : Instant où la dégradation de l'environnement dépasse le seuil d'alerte L pour la première fois.

$f_{T_U}(t)$, $F_{T_U}(t)$: fonction de densité de probabilité (pdf) et fonction de distribution (cdf) associées à T_U

$f_{T_L}(t)$, $F_{T_L}(t)$: pdf et cdf associées à T_L

N : Variable aléatoire discrète associée au nombre total d'inspections durant un cycle.

θ_i : L'instant de la $i^{\text{ème}}$ inspection.

$\Theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N, \dots)$: Séquence des instants d'inspection

P_p : La probabilité que le cycle finisse par une action de MP.

P_c : La probabilité que le cycle finisse par une action de MC.

$E[N]$: Le nombre moyen d'inspections durant un cycle.

$A_v(L, \Theta)$: La disponibilité stationnaire du système.

2 MODELISATION DU PROCESSUS DE DEGRADATION

Le processus de dégradation d'un système peut être modélisé par un processus stochastique. Deux principaux processus stochastiques sont étudiés dans la littérature, le processus Gamma [8] et le processus de Wiener [9].

Le processus de Wiener, en tant que modèle de dégradation, est fondé sur le fait que l'augmentation de la dégradation dans un intervalle de temps infinitésimal peut être considérée comme une superposition additive d'un grand nombre de petits effets externes [10]. En outre, le processus de Wiener est suffisamment souple pour intégrer les effets aléatoires et les variables indépendantes qui prennent en considération les hétérogénéités couramment observées dans les problèmes de dégradation. Il est généralement utilisé pour la modélisation des processus de dégradation dans un environnement où la dégradation augmente linéairement avec le temps.

Supposons que le processus de dégradation, $X(t)$, $t > 0$, suit le processus Wiener. Il s'écrit comme suit:

$$X(t) = \lambda t + \sigma W(t) \quad (1)$$

Avec λ le coefficient de dérive, $\sigma > 0$ est le coefficient de diffusion, et $W(t)$ est le mouvement standard Brownien.

$X(t)$ a les propriétés suivantes [11] :

- i. $X(0)=0$ presque sûrement
- ii. Pour chaque séquence t_i , $i=1,2,\dots,n$ avec $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n$, les incréments aléatoires $X(t_1)$, $X(t_2-t_1), \dots, X(t_n-t_{n-1})$, avec $X(t_{j-1}-t_j)=X(t_{j-1})-X(t_j)$, sont indépendants, et $X(t)-X(r)$ ($t > 0, r > 0$) suit une distribution Normale $N(0, \sigma^2|t-r|)$
- iii. Le chemin de $X(t)$ est continu avec une probabilité 1.

Le processus de Wiener est utilisé dans la modélisation des processus de dégradation. Il a montré certains avantages concernant les propriétés mathématiques. A titre d'exemple, la distribution gaussienne inverse est utilisée pour exprimer analytiquement le temps de premier passage du processus de Wiener lorsque le chemin de dégradation est monotone et progressive.

Le temps de défaillance est défini comme le temps du premier passage (TPP) qui est le temps à partir de l'instant actuel jusqu'à l'instant T_U auquel la dégradation dépasse pour la première fois le niveau critique U . En se basant sur le concept du TPP, l'instant de défaillance peut être défini comme suit [11]:

$$T_U = \inf \{t \geq 0 \mid X(t) \geq U\} \quad (2)$$

En outre, le TPP ou le temps de défaillance relié au seuil, U , suit la distribution gaussienne inverse avec la fonction de densité de probabilité suivante [9]:

$$f_{T_U}(t) = \frac{U}{\sqrt{2\pi t^3 \sigma^2}} \exp\left(-\frac{(U - \lambda t)^2}{2\sigma^2 t}\right) \quad (3)$$

La fonction de distribution cumulative (CDF) est donnée par [9]:

$$F_{T_U}(t) = \Phi\left(\frac{-U + \lambda t}{\sigma\sqrt{t}}\right) + \exp\left(\frac{2\lambda U}{\sigma^2}\right) \Phi\left(\frac{-U - \lambda t}{\sigma\sqrt{t}}\right) \quad (4)$$

avec Φ représentant la fonction CDF Normale standard.

Nous définissons la durée de vie utile résiduelle (DUR) du système associée au processus de dégradation sachant que le niveau de dégradation $X(t)$ est L , comme:

$$T_s = T_U - T_L = \inf \{s \geq 0 \mid X(t+s) \geq U\} \text{ if } L < U \quad (5)$$

Sinon $T_s = 0$.

En se basant sur la propriété (ii) du processus de Wiener, les incréments de dégradation sont indépendants. Ainsi, si $L < U$, T_s peut être décrit comme suit :

$$\begin{aligned} T_s &= \inf \{s \geq 0 \mid X(t) + X(s) \geq U\} \\ &= \inf \{s \geq 0 \mid X(s) \geq U - L\} \end{aligned} \quad (6)$$

Ainsi, la distribution de durée de vie utile résiduelle est dérivée en utilisant la propriété disant que la somme de variables

gaussiennes est gaussienne. La fonction pdf associée à la DUR de T_s est exprimée comme suit [12, 13]:

$$f_{T_U - T_L}(t) = \frac{U - L}{\sqrt{2\pi t^3 \sigma^2}} \exp\left(-\frac{(U - L - \lambda t)^2}{2\sigma^2 t}\right) \quad (7)$$

Et la fonction de distribution cumulative (CDF) est donnée par:

$$\begin{aligned} F_{T_U - T_L}(t) &= \Phi\left(\frac{-(U - L) + \lambda t}{\sigma\sqrt{t}}\right) \\ &+ \exp\left(\frac{2\lambda(U - L)}{\sigma^2}\right) \Phi\left(\frac{-(U - L) - \lambda t}{\sigma\sqrt{t}}\right) \end{aligned} \quad (8)$$

3 DESCRIPTION DE LA STRATEGIE

Dans cette section, nous considérons un système de production assimilé à une seule unité qui génère une quantité aléatoire de dommage à l'environnement au fur et à mesure qu'elle vieillit et se dégrade. Il est supposé que le processus de dégradation de l'environnement est modélisé par un processus de Wiener. La valeur du niveau de dégradation de l'environnement peut être connue (mesurée) uniquement par inspection. Ainsi, le système est soumis à des inspections séquentielles aux instants $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N, \dots)$ de durée non négligeable pour évaluer les dommages environnementaux générés (voir les figures 1a et 1b dans l'annexe). Dans le cas où une inspection révèle que le niveau de dégradation de l'environnement a dépassé un seuil critique U (généralement connu et fixé par la législation), le système est considéré en état de défaillance et il aura généré d'importants dommages environnementaux à partir de l'instant où le niveau critique U a été dépassé. Par conséquent, une action de MC est effectuée pendant un certain temps pour remettre à neuf le système en plus de nettoyer éventuellement l'environnement. Afin de réduire les chances de se retrouver dans une telle situation indésirable, un niveau de seuil inférieur d'alerte L est considéré pour déclencher une action de MP de plus courte durée pour ramener le système à l'état comme neuf. Dans le cas où l'inspection révèle que le niveau de dégradation de l'environnement est inférieur à L , aucune action de maintenance n'est entreprise.

Les hypothèses de travail sont les suivantes:

- La dégradation du système induit systématiquement la dégradation de l'environnement.
- Les inspections sont parfaites.
- Après chaque inspection, une seule action parmi trois est possible: ne rien faire ou action de MP ou action de MC.
- Les deux actions de MP et de MC renouvellent ou ramènent le système à un état comme neuf.
- Toutes les durées liées à la maintenance et à l'inspection sont considérées comme des durées moyennes. Elles sont connues et constantes.
- Le système est considéré indisponible (incapable de produire des produits acceptables) à partir de l'instant de dépassement du seuil critique U jusqu'à la prochaine inspection.
- Les ressources nécessaires pour la réalisation des actions de maintenance sont toujours disponibles.

4 MODELISATION DE LA DISPONIBILITE STATIONNAIRE

Notre objectif est de déterminer simultanément le seuil d'alerte optimal L^* de dommage environnemental et la séquence des instants d'inspection Θ^* qui maximisent la disponibilité stationnaire du système.

L'expression générale de la disponibilité stationnaire du système est :

$$A_v(L, \Theta) = \frac{E[U_A(L, \Theta)]}{E[U_A(L, \Theta)] + E[U_S(L, \Theta)]} \quad (9)$$

Avec $E[U_A(L, \Theta)]$ la durée moyenne de bon fonctionnement du système durant un cycle et $E[U_S(L, \Theta)]$ la durée moyenne d'arrêt du système durant un cycle. Rappelons que le cycle est la durée entre deux actions de maintenance (MC ou MP) successives.

L'analyse qui suit conduira à l'expression de la disponibilité stationnaire du système soumis à la stratégie de maintenance conditionnelle définie dans la section précédente

4.1 La durée moyenne d'arrêt du système durant un cycle

La durée moyenne d'arrêt durant un cycle est donnée par:

$$E[U_S(L, \tau)] = T_c P_c + T_p P_p + T_i E[N] + E[T_d] \quad (10)$$

Les trois premiers termes sont liés aux durées de MP, MC et d'inspection, respectivement. Le dernier terme représente la durée moyenne de génération d'excès de dommage environnemental durant un cycle. Durée durant laquelle le système est considéré comme indisponible pour produire des produits acceptables.

Les expressions analytiques de ces différents termes sont développées dans ce qui suit.

4.1.1 La probabilité P_c que le cycle finisse par une action de maintenance corrective:

Rappelons qu'une action de maintenance corrective est entreprise suite à une inspection qui révèle que la quantité mesurée de la dégradation de l'environnement est supérieure au niveau critique connu U . Prenons l'intervalle d'inspection $(\theta_{i-1} + T_i, \theta_i]$, $i=2, 3, \dots$. La probabilité pour que cet intervalle d'inspection se termine par une action de MC peut être exprimée comme suit:

$$\begin{aligned} \Pr_c(i) &= \text{Prob}[\theta_{i-1} + T_i < T_L < T_U \leq \theta_i] \\ &= \int_{\theta_{i-1} + T_i}^{\theta_i} F_{T_U - T_L}(\theta_i - y) f_{T_L}(y) dy \end{aligned} \quad (11)$$

et

$$\Pr_c(1) = \int_0^{\theta_1} F_{T_U - T_L}(\theta_1 - y) f_{T_L}(y) dy \quad (12)$$

D'où, P_c est donnée par:

$$\begin{aligned} P_c &= \sum_{i=1}^{\infty} \Pr_c(i) \\ &= \int_0^{\theta_1} F_{T_U - T_L}(\theta_1 - y) f_{T_L}(y) dy \\ &\quad + \sum_{i=2}^{\infty} \int_{\theta_{i-1} + T_i}^{\theta_i} F_{T_U - T_L}(\theta_i - y) f_{T_L}(y) dy \end{aligned} \quad (13)$$

4.1.2 La probabilité P_p que le cycle finisse par une action de maintenance préventive:

L'action de MP est effectuée chaque fois que le dommage environnemental mesuré $X(t)$ se trouve entre L et U ($L \leq X(t) < U$). Par conséquent, la probabilité $\Pr_p(i)$ que l'intervalle d'inspection $(\theta_{i-1} + T_i, \theta_i]$, $i=2, 3, \dots$ finisse par une action MP peut être exprimée comme:

$$\begin{aligned} \Pr_p(i) &= \text{Prob}[\theta_{i-1} + T_i < T_L \leq \theta_i < T_U] \\ &= \int_{\theta_{i-1} + T_i}^{\theta_i} (1 - F_{T_U - T_L}(\theta_i - y)) f_{T_L}(y) dy \end{aligned} \quad (14)$$

et

$$\Pr_p(1) = \int_0^{\theta_1} (1 - F_{T_U - T_L}(\theta_1 - y)) f_{T_L}(y) dy \quad (15)$$

Donc,

$$\begin{aligned} P_p &= \sum_{i=1}^{\infty} \Pr_p(i) \\ &= \int_0^{\theta_1} (1 - F_{T_U - T_L}(\theta_1 - y)) f_{T_L}(y) dy \\ &\quad + \sum_{i=2}^{\infty} \int_{\theta_{i-1} + T_i}^{\theta_i} (1 - F_{T_U - T_L}(\theta_i - y)) f_{T_L}(y) dy \end{aligned} \quad (16)$$

4.1.3 Le nombre moyen d'inspections durant un cycle:

Le nombre moyen d'inspections durant un cycle, $E[N]$, est donné par:

$$E[N] = \sum_{i=1}^{\infty} i \text{Prob}\{N = i\} \quad (17)$$

Avec $\text{Prob}\{N = i\}$: la probabilité d'avoir un total de i inspections dans un cycle.

Effectuer i inspections durant un cycle est équivalent au fait que lors de la dernière inspection qui est effectuée à θ_i ($i^{\text{ième}}$ inspection), le niveau observé de dégradation de l'environnement a atteint soit le niveau critique U ou le seuil d'alerte L . En conséquence, $\text{Prob}\{N = i\}$ est donnée par:

$$\text{Prob}\{N = i\} = \Pr_c(i) + \Pr_p(i) \quad (18)$$

De ce fait, en utilisant les équations (11), (12), (14) et (15), on obtient:

$$\begin{aligned} E[N] &= \int_0^{\theta_1} F_{T_U - T_L}(\theta_1 - y) f_{T_L}(y) dy \\ &\quad + \sum_{i=2}^{\infty} i \int_{\theta_{i-1} + T_i}^{\theta_i} F_{T_U - T_L}(\theta_i - y) f_{T_L}(y) dy \\ &\quad + \int_0^{\theta_1} (1 - F_{T_U - T_L}(\theta_1 - y)) f_{T_L}(y) dy \\ &\quad + \sum_{i=2}^{\infty} i \int_{\theta_{i-1} + T_i}^{\theta_i} (1 - F_{T_U - T_L}(\theta_i - y)) f_{T_L}(y) dy \end{aligned} \quad (19)$$

$$E[N] = \int_0^{\theta_1} f_{T_L}(y) dy + \sum_{i=2}^{\infty} i \int_{\theta_{i-1} + T_i}^{\theta_i} f_{T_L}(y) dy \quad (20)$$

Ainsi,

$$E[N] = (F_{T_L}(\theta_1) - F_{T_L}(0)) + \sum_{i=2}^{\infty} i (F_{T_L}(\theta_i) - F_{T_L}(\theta_{i-1} + T_i)) \quad (21)$$

4.1.4 La durée moyenne $E[T_d]$ de génération d'excès de dommage environnemental durant un cycle :

Prenons l'instant d'inspection θ_i , $i=1,2,\dots$. Si $\theta_i \geq T_U$, le système aura généré un excès de dommage à l'environnement pendant la période $T_d(i) = \theta_i - T_U$. Soit $E[T_d]$ est la durée moyenne entre le moment où la quantité de dégradation de l'environnement dépasse le niveau critique U et le moment de l'inspection qui révèle ce dépassement.

$E[T_d]$ est exprimée comme suit:

$$\begin{aligned} E[T_d] &= \text{Prob}[0 < T_L < T_U \leq \theta_1 | T_d = \theta_1 - T_U] \\ &+ \sum_{i=2}^{\infty} \text{Prob}[\theta_{i-1} + T_i < T_L < T_U \leq \theta_i | T_d = \theta_i - T_U] \\ &= \int_0^{\theta_1} \int_0^z (\theta_1 - z) F_{T_U - T_L}(z - y) f_{T_L}(y) dy dz \\ &+ \sum_{i=2}^{\infty} \int_{\theta_{i-1} + T_i}^{\theta_i} \int_{\theta_{i-1} + T_i}^z (\theta_i - z) F_{T_U - T_L}(z - y) f_{T_L}(y) dy dz \end{aligned} \quad (22)$$

4.2 La durée moyenne de bon fonctionnement du système

La durée moyenne de bon fonctionnement du système peut être exprimée comme suit:

$$E[U_A(L, \Theta)] = E[T_{CP}] - E[T_d] \quad (23)$$

La durée moyenne d'un cycle est donnée comme suit:

$$E[T_{CP}] = \sum_{i=1}^{\infty} \theta_i \text{Pr}_c(i) + \sum_{i=1}^{\infty} \theta_i \text{Pr}_p(i) \quad (24)$$

En utilisant les équations (11), (12), (14) et (15), nous obtenons l'expression suivante:

$$E[T_{CP}] = \theta_1 \int_0^{\theta_1} f_{T_L}(y) dy + \sum_{i=2}^{\infty} \theta_i \int_{\theta_{i-1} + T_i}^{\theta_i} f_{T_L}(y) dy \quad (25)$$

$$E[T_{CP}] = \theta_1 (F_{T_L}(\theta_1) - F_{T_L}(0)) + \sum_{i=2}^{\infty} \theta_i (F_{T_L}(\theta_i) - F_{T_L}(\theta_{i-1} + T_i)) \quad (26)$$

Par conséquent, la durée moyenne de bon fonctionnement du système est exprimée comme suit :

$$\begin{aligned} E[U_A(L, \Theta)] &= \theta_1 (F_{T_L}(\theta_1) - F_{T_L}(0)) \\ &+ \sum_{i=2}^{\infty} \theta_i (F_{T_L}(\theta_i) - F_{T_L}(\theta_{i-1} + T_i)) \\ &- \int_0^{\theta_1} \int_0^z (\theta_1 - z) F_{T_U - T_L}(z - y) f_{T_L}(y) dy dz \\ &- \sum_{i=2}^{\infty} \int_{\theta_{i-1} + T_i}^{\theta_i} \int_{\theta_{i-1} + T_i}^z (\theta_i - z) F_{T_U - T_L}(z - y) f_{T_L}(y) dy dz \end{aligned} \quad (27)$$

Ainsi, l'expression analytique de la disponibilité stationnaire du système $A_v(L, \Theta)$ peut être obtenue en combinant les équations (13), (16), (21), (22) and (27).

Elle est exprimée ci-dessous en fonction des variables de décision qui sont la séquence des instants d'inspection Θ et la valeur de seuil d'alerte L .

$$\begin{aligned} &\theta_1 (F_{T_L}(\theta_1) - F_{T_L}(0)) + \sum_{i=2}^{\infty} \theta_i (F_{T_L}(\theta_i) - F_{T_L}(\theta_{i-1} + T_i)) \\ &- \int_0^{\theta_1} \int_0^z (\theta_1 - z) F_{T_U - T_L}(z - y) f_{T_L}(y) dy dz \\ &- \sum_{i=2}^{\infty} \int_{\theta_{i-1} + T_i}^{\theta_i} \int_{\theta_{i-1} + T_i}^z (\theta_i - z) F_{T_U - T_L}(z - y) f_{T_L}(y) dy dz \\ A_v(L, \Theta) &= \left[\begin{aligned} &\theta_1 (F_{T_L}(\theta_1) - F_{T_L}(0)) + \sum_{i=2}^{\infty} \theta_i (F_{T_L}(\theta_i) - F_{T_L}(\theta_{i-1} + T_i)) \\ &+ T_p \left((F_{T_L}(\theta_1) - F_{T_L}(0)) + \sum_{i=2}^{\infty} (F_{T_L}(\theta_i) - F_{T_L}(\theta_{i-1} + T_i)) \right) \\ &+ (T_c - T_p) \left(\int_0^{\theta_1} F_{T_U - T_L}(\theta_1 - y) f_{T_L}(y) dy \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i=2}^{\infty} \int_{\theta_{i-1} + T_i}^{\theta_i} F_{T_U - T_L}(\theta_i - y) f_{T_L}(y) dy \right) \\ &+ T_i \left((F_{T_L}(\theta_1) - F_{T_L}(0)) + \sum_{i=2}^{\infty} (F_{T_L}(\theta_i) - F_{T_L}(\theta_{i-1} + T_i)) \right) \end{aligned} \right] \quad (28) \end{aligned}$$

5 PROCEDURE NUMERIQUE

Nous avons développé une procédure numérique basée sur l'algorithme de Nelder-Mead, afin de déterminer une solution quasi-optimale pour toute instance du problème avec un ensemble de paramètres d'entrée correspondant. Cette procédure est présentée dans la figure 2. Elle est précédée par la description de l'utilisation de l'algorithme de Nelder-Mead à l'une des étapes. Essentiellement, la procédure numérique proposée consiste à rechercher pour chaque valeur de seuil d'alerte L la meilleure séquence d'inspection Θ en utilisant l'algorithme de Nelder-Mead [14]. Cet algorithme est l'un des algorithmes les plus connus pour l'optimisation sans contrainte multidimensionnelle et il est particulièrement apprécié pour sa robustesse, sa simplicité, sa faible utilisation de la mémoire (quelques variables) et son temps de calcul court [15].

Il consiste en une procédure itérative comparant les valeurs de la fonction objective à $(n+1)$ sommets et en bougeant progressivement vers un point quasi-optimal. Le mouvement est obtenu en utilisant quatre opérations, connues en tant que: *la réflexion*, *l'expansion*, *la contraction*, et *rétractabilité*. Les étapes de l'algorithme Nelder-Mead appliquées à notre modèle sont décrites comme suit:

Step 1: Trier les sommets selon la valeur de leur fonction objective.

$$A_v(\Theta_1) \geq A_v(\Theta_2) \geq \dots \geq A_v(\Theta_{n+1}) \quad (29)$$

On considère que Θ_1 est le *bon* sommet, et Θ_{n+1} est le *mauvais* sommet

Step 2: Calculer le barycentre $\bar{\Theta}$ des n sommets sauf le sommet Θ_{n+1} (le mauvais point).

$$\bar{\Theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Theta_i \quad (30)$$

Step 3: Calculer le point de réflexion

$$\Theta_r = \bar{\Theta} + \alpha (\bar{\Theta} - \Theta_{n+1}) \quad (\text{Réflexion}) \quad (31)$$

Step 3.1: Si $A_v(\Theta_1) \geq A_v(\Theta_r) \geq A_v(\Theta_n)$, remplacer Θ_{n+1} par Θ_r , passer à l'étape 1.

Step 3.2: Si $A_v(\Theta_r) \geq A_v(\Theta_1)$, donc calculer le point d'expansion:

$$\Theta_e = \bar{\Theta} + \beta(\Theta_r - \bar{\Theta}) \quad (\text{Expansion}) \quad (32)$$

Et évaluer, si $A_v(\Theta_e) > A_v(\Theta_r)$, donc remplacer Θ_{n+1} par Θ_e , sinon remplacer Θ_{n+1} par Θ_r , passer à l'étape 1.

Step 3.3: Si $A_v(\Theta_n) \geq A_v(\Theta_r) > A_v(\Theta_{n+1})$ calculer le point de contraction extérieur:

$$\Theta_{oc} = \Theta_{n+1} + \gamma(\bar{\Theta} - \Theta_{n+1}) \quad (\text{Contraction extérieure}) \quad (33)$$

Si $A_v(\Theta_n) \geq A_v(\Theta_r)$, donc utiliser Θ_{oc} et rejeter Θ_{n+1} , passer à l'étape 1. Sinon passer à l'étape 4

Step 3.4: Si $A_v(\Theta_r) \leq A_v(\Theta_{n+1})$ calculer le point de contraction intérieur:

$$\Theta_{ic} = \Theta_{n+1} - \gamma(\bar{\Theta} - \Theta_{n+1}) \quad (\text{Contraction intérieure}) \quad (34)$$

Si $A_v(\Theta_{ic}) > A_v(\Theta_{n+1})$, donc utiliser Θ_{ic} et rejeter Θ_{n+1} , passer à l'étape 1. Sinon passer à l'étape 4

Step 4: Calculer les nouveaux n sommets en gardant le bon sommet, Θ_1 .

$$\Theta_i = \Theta_1 + \sigma(\Theta_i - \Theta_1) \quad \text{pour tous } 2 \leq i \leq n+1 \quad (\text{rétractabilité}), \quad (35)$$

passer à l'étape 1.

La convergence de l'algorithme est atteinte lorsque l'écart type de la fonction objective aux $(n+1)$ sommets est plus petit qu'une valeur spécifique ε ,

$$\sqrt{\frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} [A_v(\Theta_i) - \bar{A}_v]^2} < \varepsilon \quad (36)$$

Les valeurs standards des paramètres de l'algorithme Nelder-Mead sont les suivantes: $\alpha=1$, $\beta=2$, $\gamma=0.5$ et $\sigma=0.5$ [15, 16].

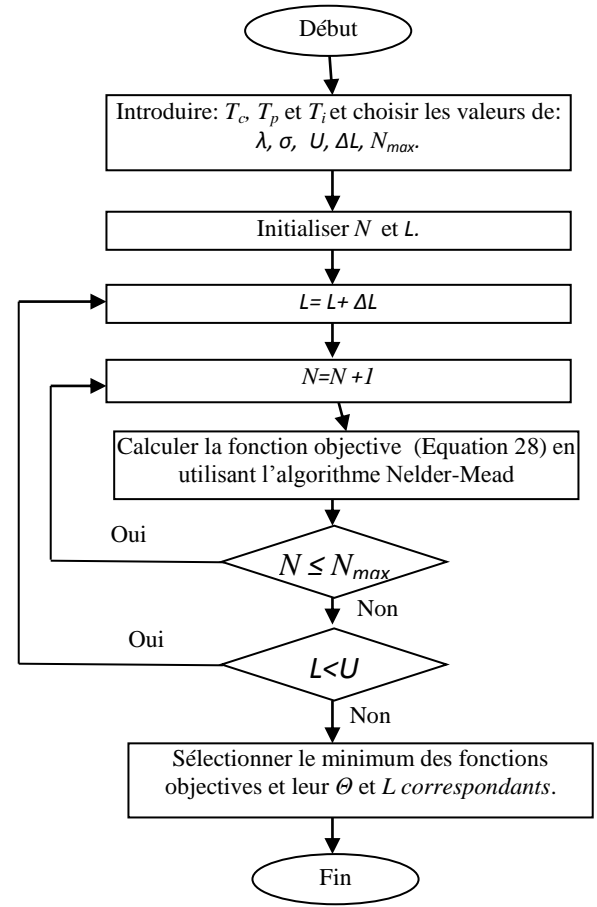


Fig. 2. Procédure numérique.

Dans la procédure numérique décrite ci-dessus, les notations suivantes ont été adoptées:

- ΔL : Incrément de niveau de dégradation environnementale.
- N : Nombre d'inspections.
- N_{max} : Nombre maximal d'inspections.

6 EXEMPLE NUMERIQUE

Considérons un système de production soumis à des émissions continues de gaz de CO₂ (ça pourrait être toute autre source de dommage à l'environnement). Nous supposons que la quantité $X(t)$ des dommages environnementaux générés suit un processus de Wiener avec un coefficient de dérive λ et un coefficient de diffusion σ .

Les paramètres d'entrée suivants du problème ont été arbitrairement choisis. Les paramètres du processus de Wiener sont $\lambda = 1,3$ et $\sigma = 0,35$. Les durées d'inspection et des actions de maintenance ainsi que le niveau critique de dommages à l'environnement sont présentés dans le tableau 1.

Tableau 1. Paramètres d'entrée

T_c (mois)	T_p (mois)	T_i (mois)	U (Tonnes)
0.09	0.05	0.01	10

Compte tenu des paramètres d'entrée ci-dessus, nous avons appliqué la procédure numérique de la figure 2 avec ($\Delta L = 1$ tonne et $N_{max}=12$). La solution quasi-optimale obtenue est présentée dans le tableau 2 dans l'annexe.

Cette stratégie quasi-optimale préconise d'inspecter le système aux instants 5.4, 5.9 et 6.1 mois. Une action de maintenance préventive doit être effectuée au cas où la quantité de dégradation environnementale mesurée lors de l'inspection est trouvée supérieure à 3 tonnes d'émission de gaz CO₂. En adoptant cette stratégie, la disponibilité stationnaire du système sera de 96.79%.

7 CONCLUSION

Nous avons proposé dans cet article une stratégie de maintenance conditionnelle pour des systèmes de production qui génèrent des dommages à l'environnement au fur et à mesure qu'ils se dégradent et vieillissent. Des inspections séquentielles de durée non négligeable sont adoptées pour évaluer le niveau de dégradation de l'environnement. Selon le niveau observé de dégradation de l'environnement lors de chaque inspection, on décide d'entreprendre ou non des actions de maintenance préventives (MP) ou correctives (MC) sur le système.

Une action de MC d'une certaine durée est effectuée à la suite d'une inspection qui révèle le dépassement d'un seuil critique de dégradation de l'environnement connu. Dans une telle situation, le système est considéré comme indisponible pour produire des produits acceptables à partir de l'instant où le niveau de seuil critique a été dépassé. Pour éviter un tel événement indésirable affectant la disponibilité du système, un niveau de seuil d'alerte inférieur est considéré pour déclencher une action MP nécessitant moins de temps. Ce niveau seuil et la séquence des instants d'inspection ont été considérés comme des variables de décision en vue de maximiser la disponibilité stationnaire du système. Cette dernière a été modélisée mathématiquement en considérant que le processus de dégradation suit le processus de Wiener. Une procédure numérique basée sur l'algorithme de Nelder-Mead a été développée pour déterminer simultanément des valeurs quasi-optimales des deux variables de décision.

Différentes extensions de ce travail sont en cours d'étude considérant des situations plus complexes, comme le cas où les inspections ne sont pas parfaites. En outre, dans certains cas dans la pratique, les systèmes de production ne génèrent pas un seul type de dommages à l'environnement. Il serait intéressant d'intégrer plusieurs types de dommages à l'environnement étendant le modèle actuel.

REFERENCES

[1] Kopnov VA. (1999). Optimal degradation process control by two-level policies. *Reliability Engineering and System Safety*;66:1–11.
 [2] Zhou, X., Xi, L., and Lee, J. (2007). Reliability centered predictive maintenance scheduling for continuously

monitored system subject to degradation. *Reliability Engineering and System Safety*, 92(4), 530–534.
 [3] Castanier B, Grall A, Berenguer C. (2005). A condition-based maintenance policy with non-periodic inspections for a two-unit series system. *Reliability Engineering and System Safety*;87(1): 109–20.
 [4] SS N.C. Caballé, I.T. Castro, C.J. Pérez, J.M. Lanza-Gutiérrez, A condition-based maintenance of a dependent degradation-threshold-shock model in a system with multiple degradation processes, *Reliability Engineering and System Safety*, <http://dx.doi.org/10.1016/j.res.2014.09.024>
 [5] Phuc Do, Alexandre Voisin, Eric Levrat, Benoit Iung. (2015). A proactive condition-based maintenance strategy with both perfect and imperfect maintenance actions. *Reliability Engineering and System Safety* 133 22–32
 [6] Chelbi A., Ait-Kadi D., Aloui H., (2008), Optimal inspection and preventive maintenance policy for systems with self-announcing and non-self-announcing failures, *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, Vol. 14 pp. 34 - 45
 [7] Georgia-Ann Klutke and Yoonjung Yang. (2002). The Availability of Inspected Systems Subject to Shocks and Graceful Degradation. *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 51, no. 3, September.
 [8] Abdel-Hameed M. (1975), A gamma wear process. *IEEE Transactions on Reliability*; 24 (2) : 152–3.
 [9] Chhikara, R. and Folks, L. (1989), *The Inverse Gaussian Distribution: Theory, Methodology, and Applications*, New York, NY: Marcel Dekker.
 [10] Zhi-Sheng Yey and Nan Chen (2014), The Inverse Gaussian Process as a Degradation Model. *Technometrics*, Volume 56, Issue 3.
 [11] Brzezniak Z, Zastawniak T. (2002), *Basic Stochastic Process: A Course Through Exercise*. London: Springer-Verlag.
 [12] Cox, D.R., Miller, H.D., (1965). *The Theory of Stochastic Processes*. Methuen and Company, London.
 [13] Chiming Guo, Wenbin Wang, Bo Guo, Xiaosheng Si, (2013), A maintenance optimization model for mission-oriented systems based on Wiener degradation. *Reliability Engineering and System Safety* 111, 183–194.
 [24] Nelder J.A., Mead R. (1965), "A simplex method for function minimization", *The Computer Journal* 7(4): 308-313.
 [25] Roux O. Duvivier D., Quesnel G., Ramat E. (2009), Optimization of preventive maintenance through a combined maintenance-production simulation model, *International Conference on Industrial Engineering and Systems Management*, 2009, May 13-15, Montréal-Canada.
 [26] Han, L., Neumann, M. (2006), Effect of dimensionality on the Nelder-Mead simplex method, *Optimization Methods and Software*. 21(1), 1–16

ANNEXE

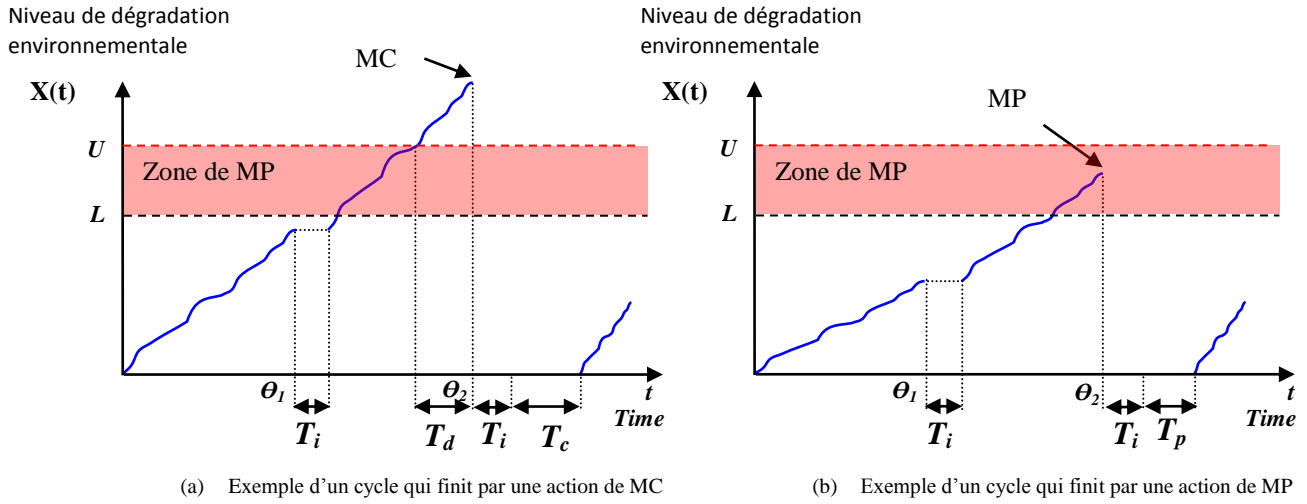


Fig. 1. La stratégie de maintenance conditionnelle

Tableau 2 : La solution optimale obtenue

L^* (Tonnes)	θ^* (mois)	P_c (%)	P_p (%)	$E[N]$	$E[T_d]$ (mois)	$E[U_s]$ (mois)	$E[U_A]$ (mois)	A_v (%)
3	5.4, 5.9, 6.1	9.31	90.69	2.09	0.117	0.192	5.783	96.79